

7

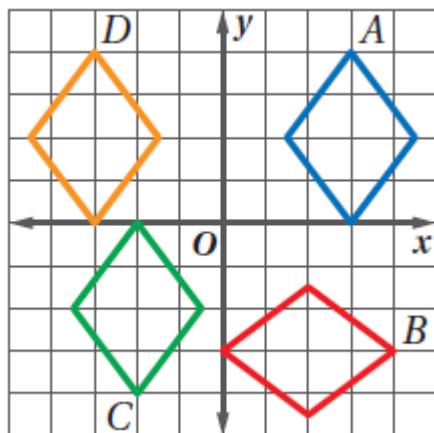
التجزءيات

المهندسية والتماثيل

التجهيز

*

صنف كلاً من التحويلات الهندسية الآتية إلى انعكاس أو إزاحة أو دوران مستعملاً الشكل المجاور.



B إلى A (1)
دوران

A إلى D (2)
إزاحة أو انعكاس

C إلى A (3)
إزاحة

(4) هندسة احداثية : إحداثيات رؤوس $\triangle PQR$ هي $P(-4,2)$ ، $Q(3,0)$ ، $R(4 , 3)$. إذا أزيح $\triangle PQR$ 4 وحدات إلى أسفل و 6 وحدات إلى اليمين للحصول على $\triangle P'Q'R'$ ، فما إحداثيات رؤوس $\triangle P'Q'R'$ ؟

الاحداثيات بعد الإزاحة: $P^{\circ}(-8,8)$ ، $Q^{\circ}(-1,6)$ ، $R^{\circ}(0,-9)$

استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لإيجاد البعد بين كل نقطتين فيما يلي:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$(0,1), (2,8) \quad (5)$$

$$d = \sqrt{(2-0)^2 + (8-1)^2}$$

$$= \sqrt{4+49}$$

$$= \sqrt{53}$$

$$(-2,0), (3,3) \quad (6)$$

$$d = \sqrt{[3-(-2)]^2 + (3-0)^2}$$

$$= \sqrt{25+9}$$

$$= \sqrt{34}$$

$$(6,4), (2,1) \quad (7)$$

$$d = \sqrt{(6-2)^2 + (4-1)^2}$$

$$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25}$$

$$= 5$$

$$(-3,-1), (0,5) \quad (8)$$

$$d = \sqrt{[0-(-3)]^2 + (5-(-1))^2}$$

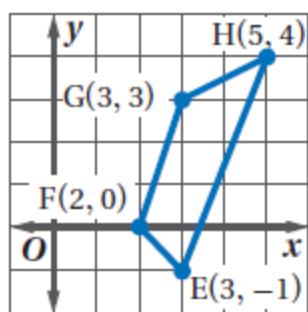
$$= \sqrt{9+36} = \sqrt{45}$$

$$= 3\sqrt{5}$$

٩) تصوير: رسم أسعد صورةً مكبرةً لنملة؛ لاستعمالها في درس العلوم،
أوجد مقاييس الرسم للصورة إذا كان طول النملة الحقيقي $\frac{1}{2}$ in ، وكان
طول الصورة 1 ft
1ft. = 12in.

$$\text{مقاييس الرسم} = \frac{12}{\frac{1}{2}}$$

احسب طول كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي $.EFGH$



$$\overline{EF} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(2-3)^2 + (0-(-1))^2} \\ &= \sqrt{1+1} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\overline{FG} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(3-2)^2 + (3-0)^2} \\ &= \sqrt{1+9} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\overline{GH} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(3-5)^2 + (3-4)^2} \\ &= \sqrt{4+1} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\overline{HE} \quad (13)$$

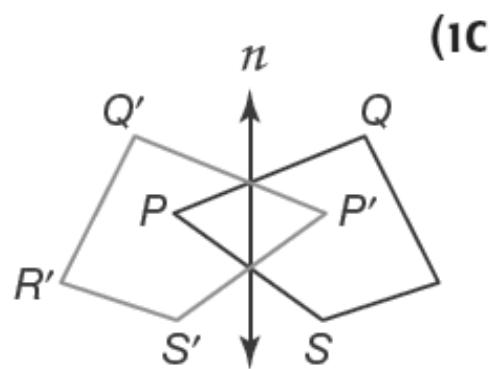
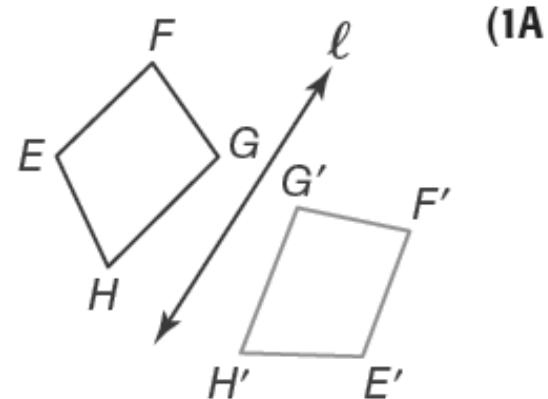
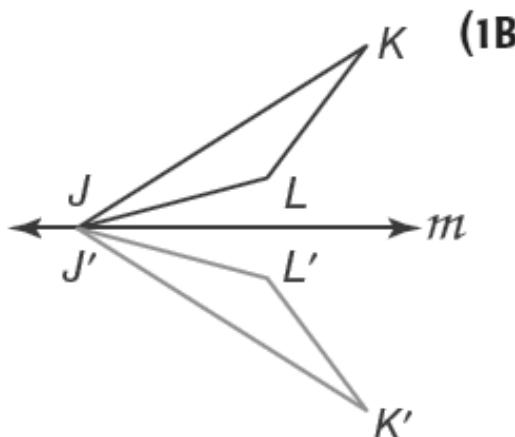
$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(5-3)^2 + [4-(-1)]^2} \\ &= \sqrt{4+25} \\ &= \sqrt{29} \end{aligned}$$

7-1

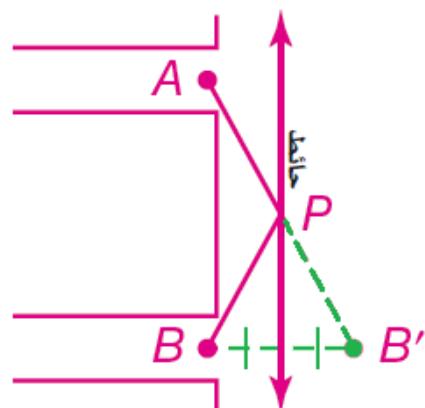
الانعكاس



ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:



(2) مبيعات تذاكر: يريد فهد أن يختار موقعًا مناسباً لبيع تذاكر مباراة كرة القدم، عين النقطة P على الحائط، بحيث تكون المسافة التي يسيرها شخص ما من النقطة A إلى P ثم إلى النقطة B أقل ما يمكن.



أفهم:

المعطيات:

يريد فهد أن يختار موقعًا مناسباً لبيع تذاكر مباراة كرة القدم

المطلوب:

عين النقطة P على الحائط، بحيث تكون المسافة التي يسيرها شخص ما من النقطة A إلى P ثم إلى B أقل ما يمكن

خط:

تكون المسافة المطلوبة أقل ما يمكن عندما يكون هذه النقاط على استقامة واحدة،

حل:

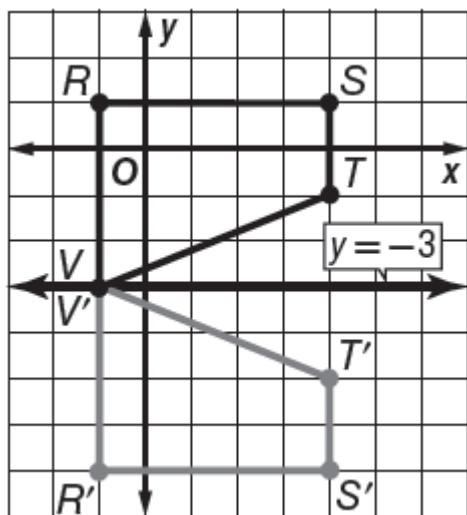
ارسم $\overline{BB'}$ بحيث B' صورة النقطة B بالانعكاس حول الحائط، ثم أصل $'AB$ فيكون $'AP + PB' < AP + PB$ أقل ما يمكن

تحقق:

اختر واقع أخرى للنقطة P على الحائط وتأكد أن الموقع الذي تم تحديده هو الذي يجعل المجموع أقل ما يمكن

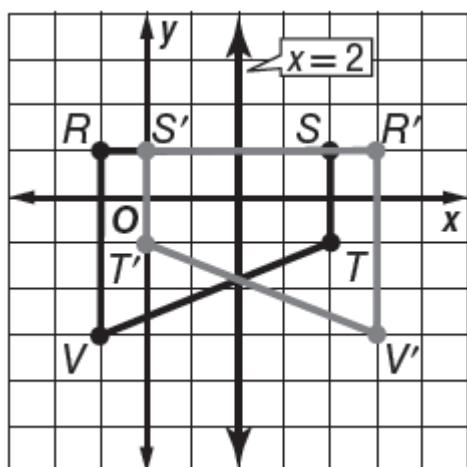
مثل بيانياً شبه المنحرف $RSTV$, الذي إحداثيات رؤوسه هي: $(-1, -3)$, $V(-1, -3)$, $R(-1, 1)$, $S(4, 1)$, $T(4, -1)$
المستقيم المُعطى في كلٍّ مما يأتي:
 $y = -3$ (3A)

استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $y = -3$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصوريته.



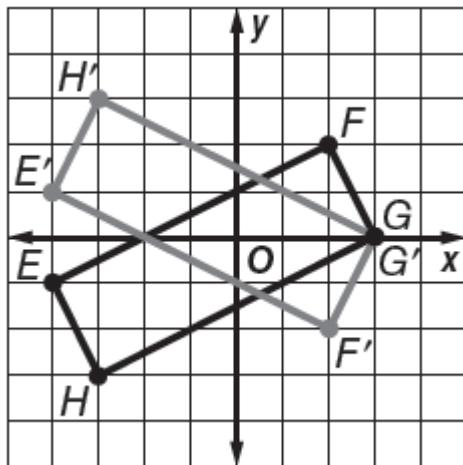
$$x = 2 \quad (3B)$$

استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $x = 2$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصوريته.



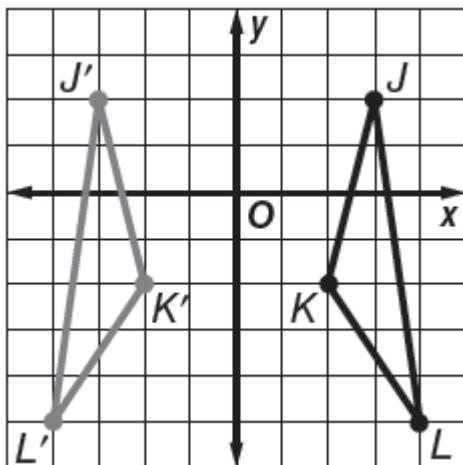
مثّل كل شكل مما يأتي بيانياً، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

- (4A) المستطيل الذي إحداثيات رؤوسه: $G(3, 0), H(-3, -3)$ ، $E(-4, -1), F(2, 2)$.
بالانعكاس حول المحور x



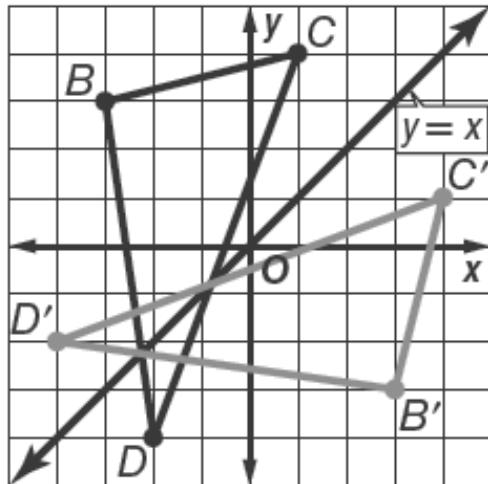
$$\begin{array}{lcl} G(3, 0) & \rightarrow & G'(3, 0) \\ H(-3, -3) & \rightarrow & H'(-3, 3) \\ F(2, 2) & \rightarrow & F'(2, -2) \\ E(-4, -1) & \rightarrow & E'(-4, 1) \end{array}$$

- (4B) $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(3, 2), K(2, -2), L(4, -5)$.
بالانعكاس حول المحور y



$$\begin{array}{lcl} J(3, 2) & \rightarrow & J'(-3, 2) \\ K(2, -2) & \rightarrow & K'(-2, -2) \\ L(4, -5) & \rightarrow & L'(-4, -5) \end{array}$$

٥) مثل بيانيًا $\triangle BCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $B(-3, 3)$, $C(1, 4)$, $D(-2, -4)$. ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



$$B(-3, 3) \rightarrow B'(3, -3)$$

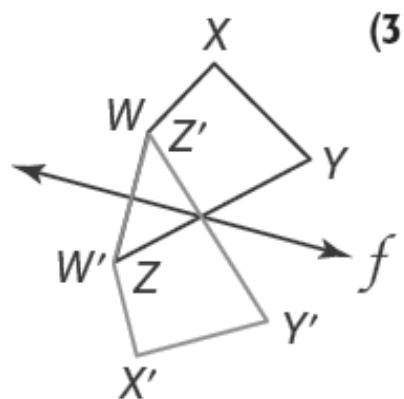
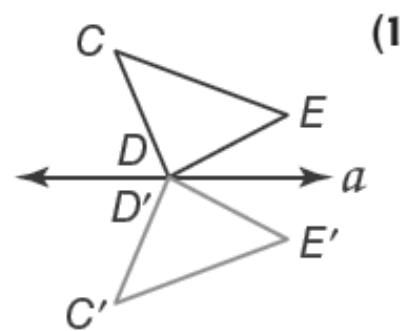
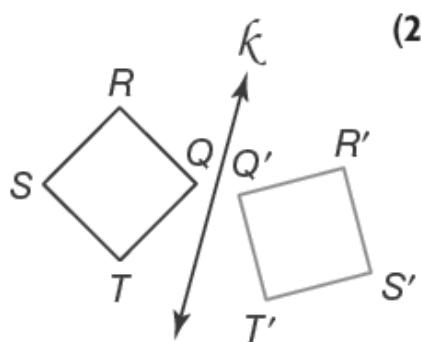
$$C(1, 4) \rightarrow C'(4, 1)$$

$$D(-2, -4) \rightarrow D'(-4, -2)$$

تأكد:

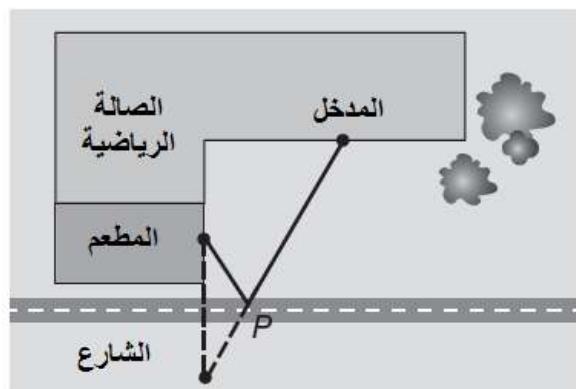
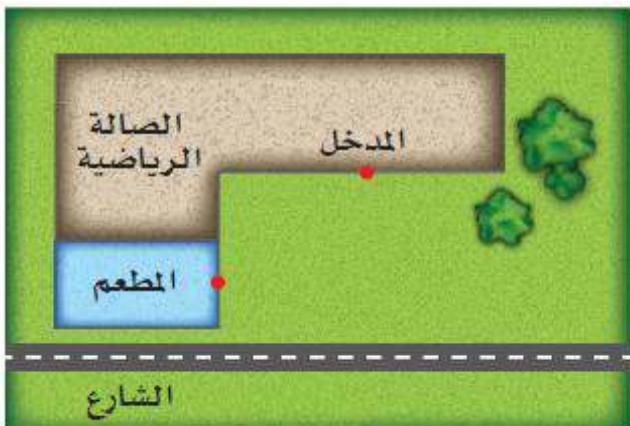


ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:



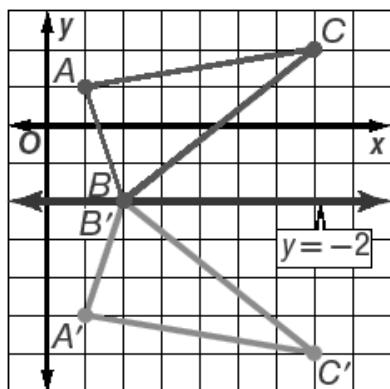
(4) مباريات: يتظر ماجد في المطعم صديقاً

سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يُوقف صديقه سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيراها ماجد من المطعم إلى الصالة ثم إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلاً يوضح إجابتك.



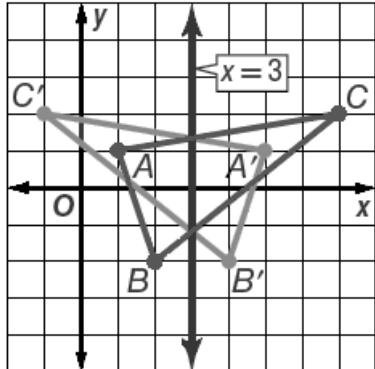
مثل بيانيًا صورة $\triangle ABC$ المبين جانباً بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كلٌ من السؤالين 6، 5.

$$y = -2 \quad (5)$$



$$\begin{array}{ll} A(1, 1) & \rightarrow A'(-1, -5) \\ B(-2, -2) & \rightarrow B'(-2, -2) \\ C(7, 2) & \rightarrow C'(7, -6) \end{array}$$

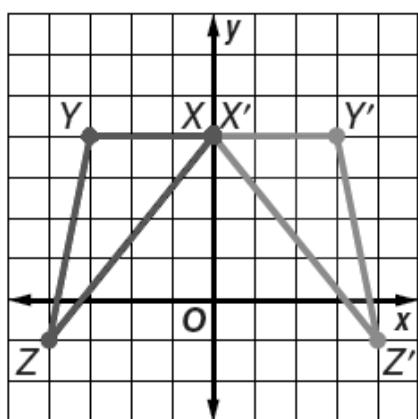
$$x = 3 \quad (6)$$



$$\begin{array}{ll} A(1, 1) & \rightarrow A'(5, 1) \\ B(-2, -2) & \rightarrow B'(4, -2) \\ C(7, 2) & \rightarrow C'(7, -6) \end{array}$$

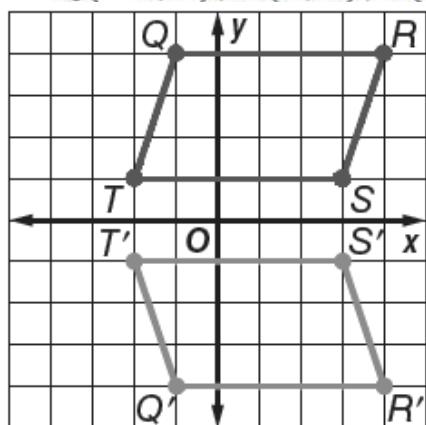
مثل كل شكل مما يأتي بيانياً، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

$\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: (7
بالانعكاس حول المحور y .



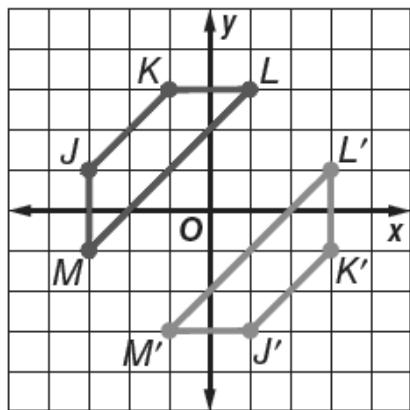
$$\begin{array}{ll} X(0, 4) & \rightarrow X'(0, 4) \\ Y(-3, 4) & \rightarrow Y'(3, 4) \\ Z(-4, -1) & \rightarrow Z'(4, -1) \end{array}$$

$\square QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: (8
بالانعكاس حول المحور x .



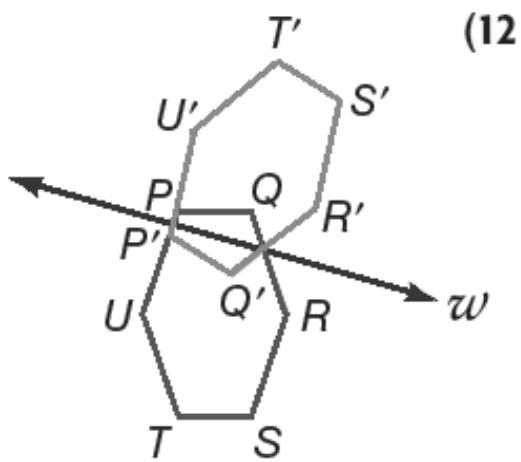
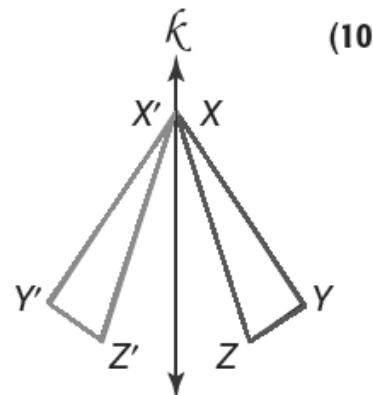
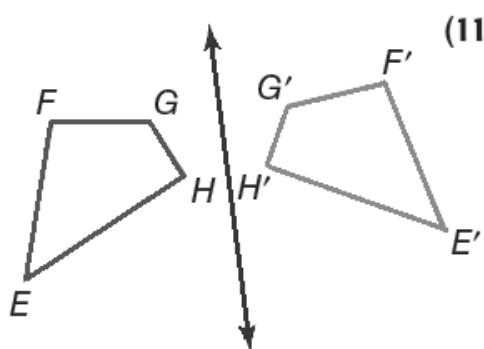
$$\begin{array}{ll} T(-2, 1) & \rightarrow T'(-2, -1) \\ Q(-1, 4) & \rightarrow Q'(-1, -4) \\ R(4, 4) & \rightarrow R'(4, -4) \\ S(3, 1) & \rightarrow S'(3, -1) \end{array}$$

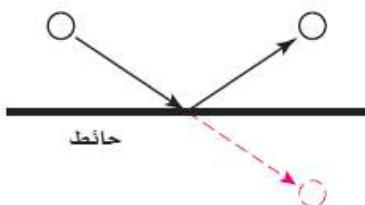
(9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-3, 1), K(-1, 3), L(1, 3), M(-3, -1)$.
بالانعكاس حول المستقيم $x = y$.



$$\begin{array}{ll} J(-3, 1) & \rightarrow J'(1, -3) \\ K(-1, 3) & \rightarrow K'(3, -1) \\ L(1, 3) & \rightarrow L'(3, 1) \\ M(-3, -1) & \rightarrow M'(-1, -3) \end{array}$$

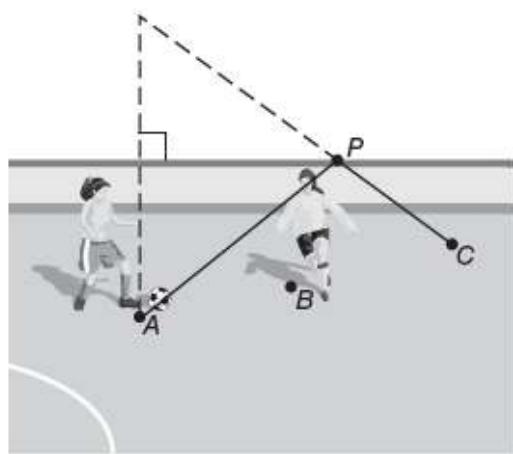
ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى.





(13) **كرة قدم:** عندما ترتطم كرة بحائط فإنها ترتد عنه وتحرك في مسار نصف مستقيم يمثل انعكاس مسار حركتها لو أنها اخترقت الحائط كما هو موضح جانبًا.

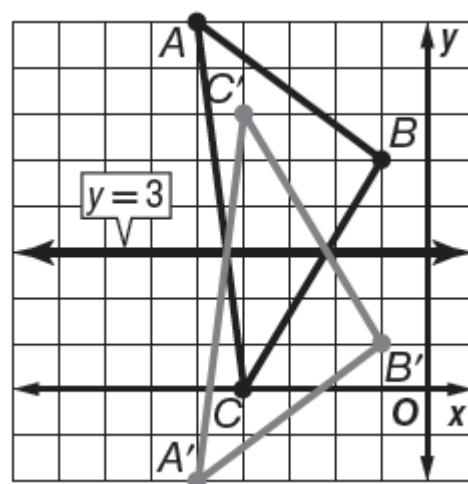
استعمل هذه المعلومات في رسم شكل يبين الموقع الدقيق للنقطة P على الحائط التي يجب أن يصوب سليمان إليها الكرة إذا كان يشارك في مباراة كرة قدم في ملعب داخلي، ويريد أن يمرر الكرة إلى صديقه يوسف عند النقطة C ، متجنباً لاعباً من الفريق الخصم عند النقطة B ، ولذلك قرر أن يركل الكرة من النقطة A إلى نقطة على الحائط الجانبي، بحيث ترتد عنه نحو النقطة C .



لتكن P النقطة التي يصوب إليها سليمان، لذا P تقع على المستقيم الواصل بين النقطة C ونقطة انعكاس على الحائط الجانبي، وتكون عند التقاطع مع الحائط الجانبي.

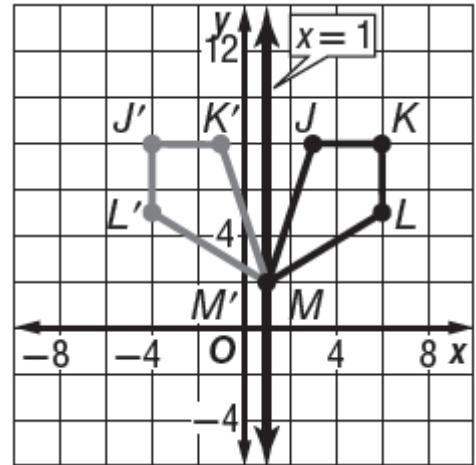
مثل صورة كل شكلٍ مما يأتي بياناً بالانعكاس حول المستقيم المُعطى .

$$\triangle ABC, y = 3 \quad (14)$$



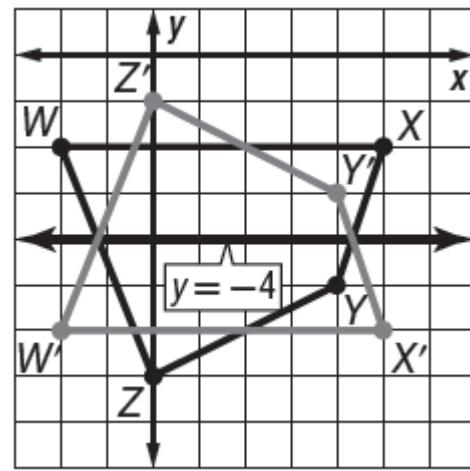
استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $y = 3$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.

$$JKLM, x = 1 \quad (15)$$



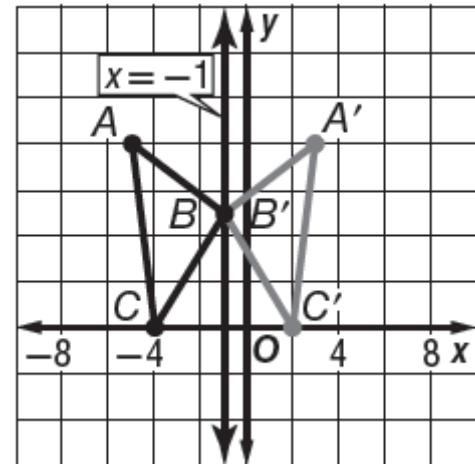
استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $x = 1$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصوريته.

$$WXYZ, y = -4 \quad (16)$$



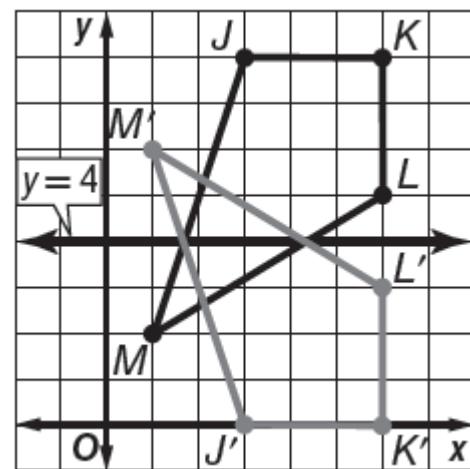
استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $y = -4$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصوريته.

$$\triangle ABC, x = -1 \quad (17)$$



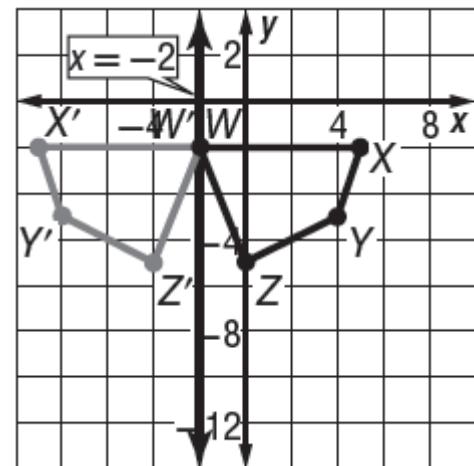
استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $x = -1$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.

$$JKLM, y = 4 \quad (18)$$



استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $y = 4$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.

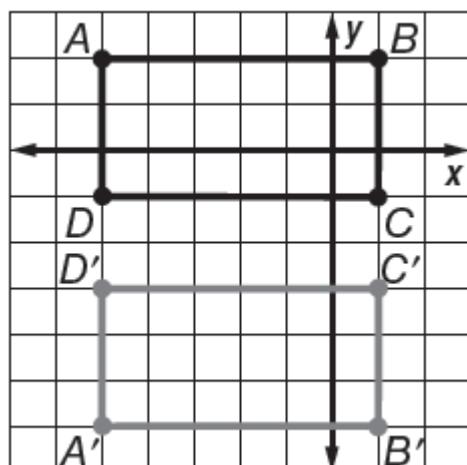
$$WXYZ; x = -2 \quad (19)$$



استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $x = -2$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.

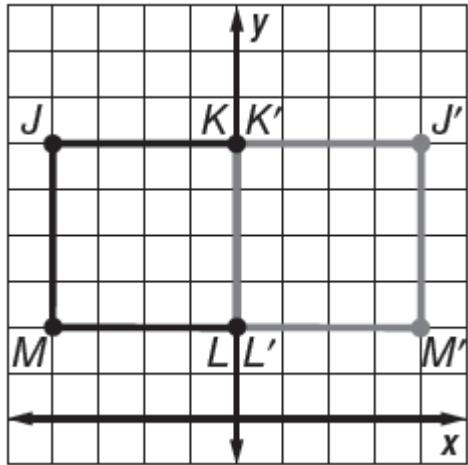
مثل كل شكل مما يأتي بيانياً، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

(20) المستطيل $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-5, 2)$, $B(1, 2)$, $C(1, -1)$, $D(-5, -1)$. $y = -2$ بالانعكاس حول المستقيم



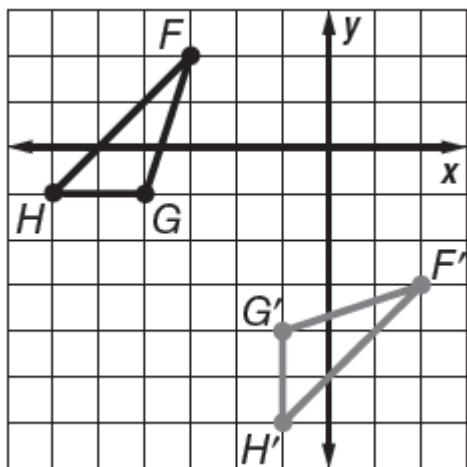
$$\begin{array}{ll} A(-5, 2) & \rightarrow A'(-5, -6) \\ B(1, 2) & \rightarrow B'(1, -6) \\ C(1, -1) & \rightarrow C'(1, -3) \\ D(-5, -1) & \rightarrow D'(-5, -3) \end{array}$$

(21) المربع $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-4, 6), K(0, 6), L(0, 2), M(-4, 2)$ بالانعكاس حول المحور y .



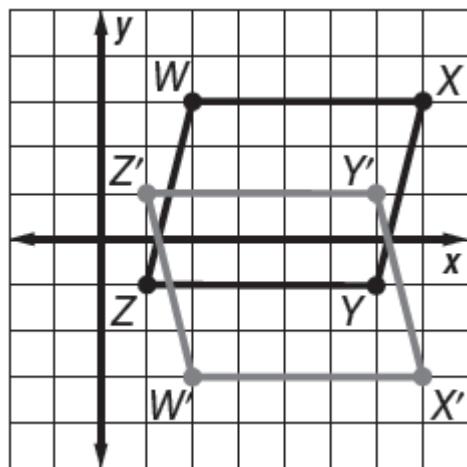
$$\begin{array}{lcl} \mathbf{J}(-4, 6) & \rightarrow & \mathbf{J}'(4, 6) \\ \mathbf{K}(0, 6) & \rightarrow & \mathbf{K}'(0, 6) \\ \mathbf{L}(0, 2) & \rightarrow & \mathbf{L}'(0, 2) \\ \mathbf{M}(-4, 2) & \rightarrow & \mathbf{M}'(4, 2) \end{array}$$

(22) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(-3, 2), G(-4, -1), H(-6, -1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



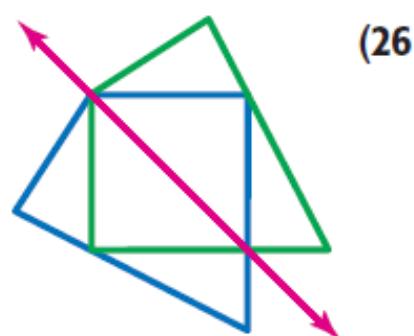
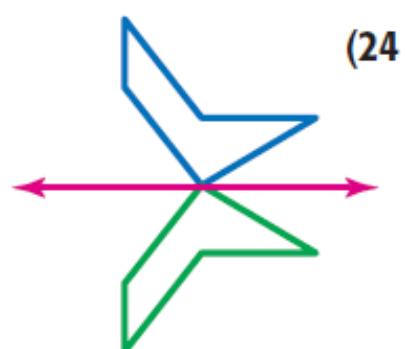
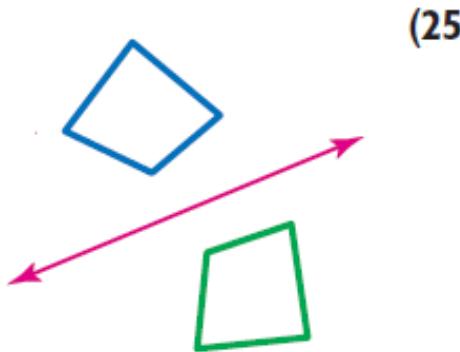
$$\begin{array}{lcl} \mathbf{F}(-3, 2) & \rightarrow & \mathbf{F}'(2, -3) \\ \mathbf{H}(-6, -1) & \rightarrow & \mathbf{H}'(-1, -6) \\ \mathbf{G}(-4, -1) & \rightarrow & \mathbf{G}'(-1, -4) \end{array}$$

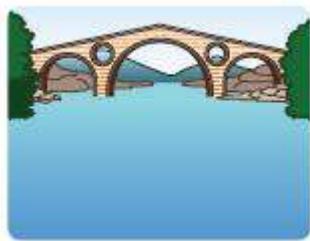
$W(2, 3), X(7, 3), Y(6, -1), Z(1, -1)$ $\square WXYZ$ (23) الذي إحداثيات رؤوسه: \rightarrow
بالانعكاس حول المحور x .



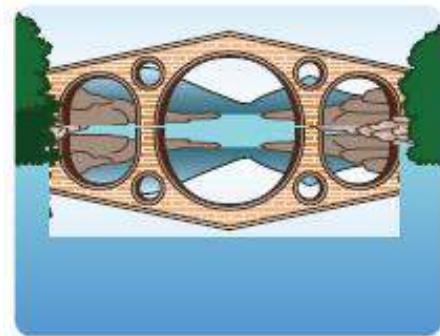
$$\begin{array}{ll} W(2, 3) & \rightarrow W'(2, -3) \\ X(7, 3) & \rightarrow X'(7, -3) \\ Y(6, -1) & \rightarrow Y'(6, 1) \\ Z(1, -1) & \rightarrow Z'(1, 1) \end{array}$$

يبين كُلُّ من الأشكال الآتية مضلعًا وصورته بالانعكاس حول مستقيم ما،
ارسم محور الانعكاس في كُلِّ منها.



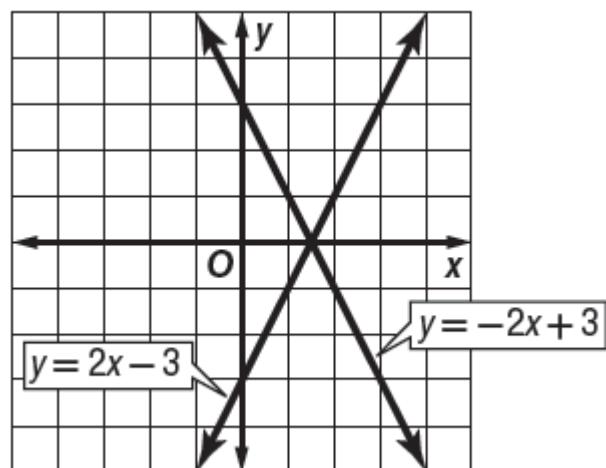


(27) تصوير: ارسم صورة الجسر الموضح في الصورة المجاورة بالانعكاس في الماء.



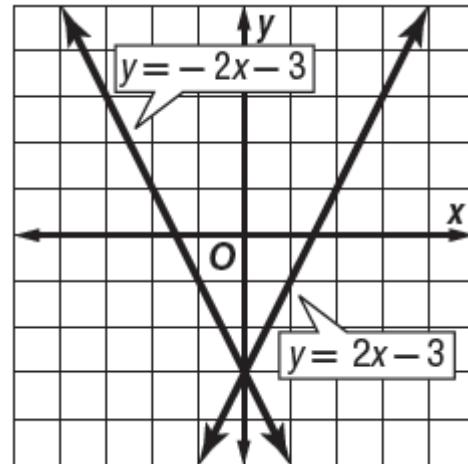
جبر: مثل بيانيًّا المستقيم $3 - y = 2x$ وصورته بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كُلِّ مما يأتي، ثم اكتب معادلة المستقيم الناتج عن الانعكاس

(28) المحور x



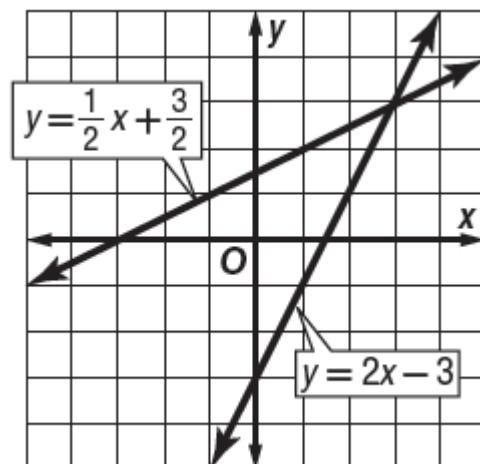
معادلة المستقيم بعد الانعكاس: $y = -2x + 3$

(29) المحور y



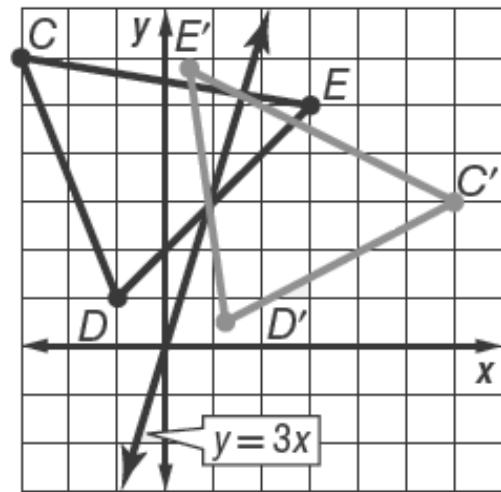
معادلة المستقيم بعد الانعكاس: $y = -2x - 3$

(30) المستقيم $y = x$

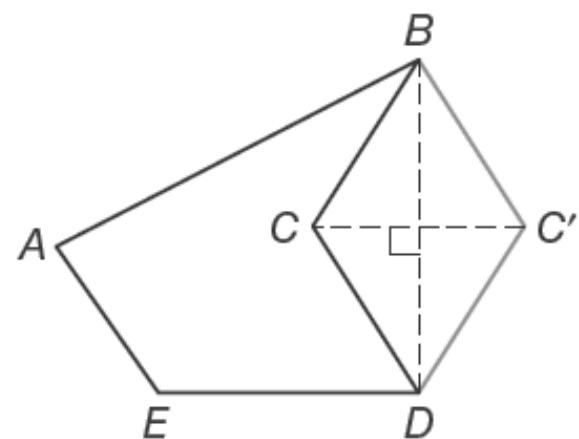


معادلة المستقيم بعد الانعكاس: $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

. (31) مثل بيانيًا صورة $\triangle CDE$ المبين أدناه بالانعكاس حول المستقيم $y = 3x$

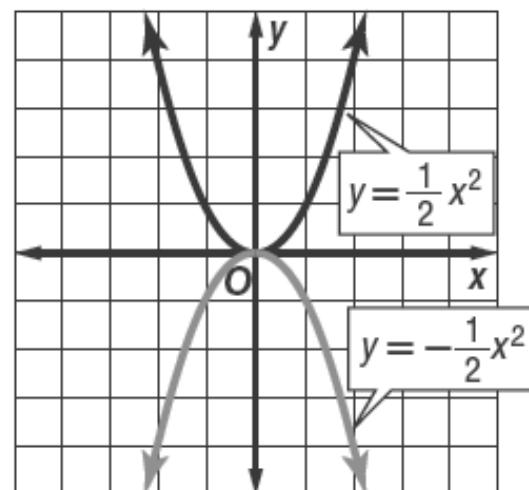


(32) غير موقع الرأس C ليصبح المضلع $ABCDE$ محدبًا، وتبقى أطوال أضلاعه كما هي دون تغيير.



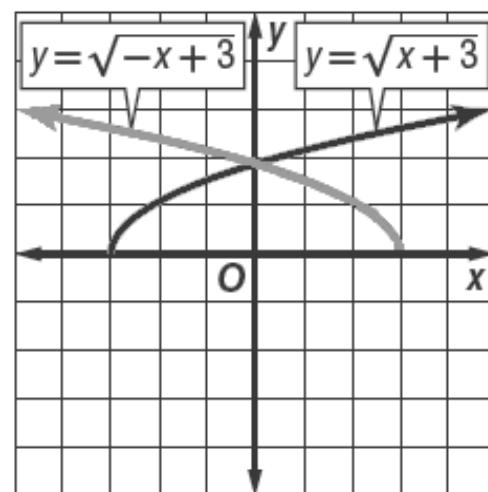
جبر: مثل بيانيًا صورة كلٌ من الدوال الآتية بالانعكاس حول المحور المحدد، ثم اكتب معادلة الصورة الناتجة عن الانعكاس.

(33) المحور x



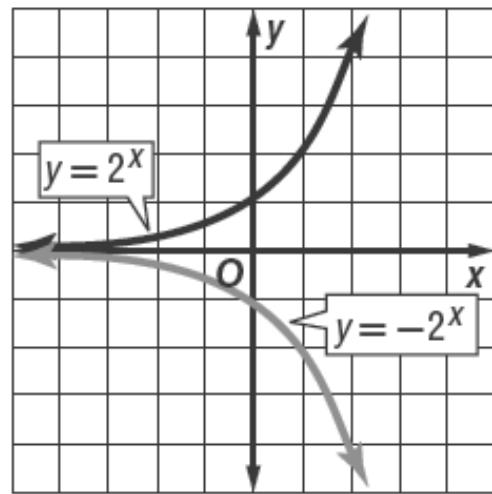
$$\text{معادلة المستقيم بعد الانعكاس: } y = -\frac{1}{2}x^2$$

(34) المحور y



$$\text{معادلة المستقيم بعد الانعكاس: } y = \sqrt{-x + 3}$$

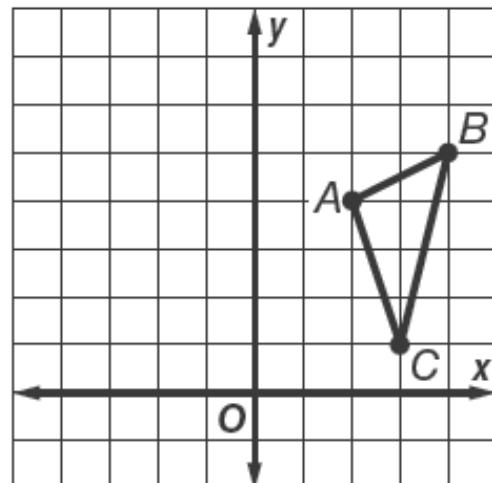
(35) المحور x



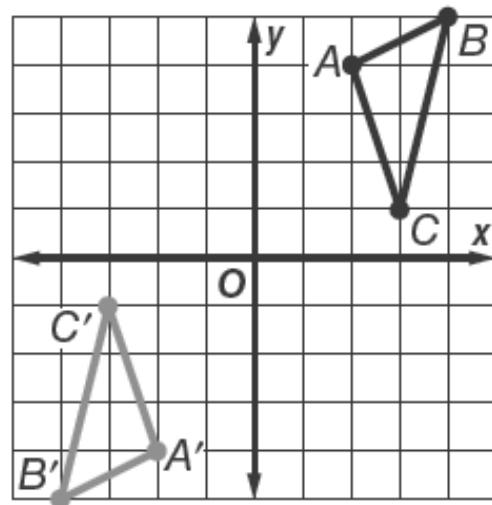
معادلة المستقيم بعد الانعكاس: $y = -2^x$

(36) تمثيلات متعددة: في هذه المسألة ستنقصي الانعكاس حول نقطة الأصل.

(a) هندسياً: ارسم المثلث $\triangle ABC$ في المستوى الإحداثي، بحيث تكون إحداثيات رؤوسه أعداداً صحيحة موجبة.



b) بيانياً: عيّن النقاط A' , B' , C' الناتجة عن الانعكاس، بحيث تكون النقطة الأصلية وصورتها ونقطة الأصل على استقامة واحدة، وتكون النقطة الأصلية وصورتها على بعد نفسه من نقطة الأصل.



c) جدولياً: انقل الجدول الآتي وأكمله.

	ΔABC		$\Delta A'B'C'$	
الإحداثيات	A	$(2, 4)$	A'	$(-2, -4)$
	B	$(4, 5)$	B'	$(-4, -5)$
	C	$(3, 1)$	C'	$(-3, -1)$

d) لفظياً: ضع تخميناً حول العلاقة بين إحداثيات الرؤوس المتناظرة لشكل وصورته الناتجة عن انعكاسه حول نقطة الأصل.

إحداثيا الصورة بالانعكاس في نقطة الأصل هما المعکوسان الجمعيان لإحداثي نقطة الأصلية.

مسائل مهارات التفكير العلني:

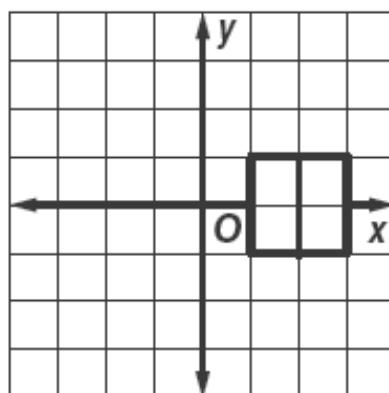
(37) اكتشف الخطأ: يجد جميل وإبراهيم إحداثيات صورة النقطة $C(2, 3)$ ، الناتجة عن انعكاس حول المحور x ، فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ وضح إجابتك.

ابراهيم
 $C'(-2, 3)$

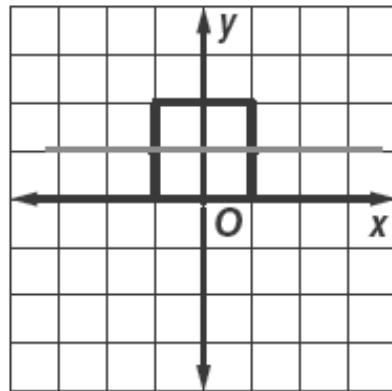
جميل
 $C'(2, -3)$

جميل، إجابة ممكنة: صورة نقطة بالانعكاس حول المحور X يبقى موقع الصورة الأفقي نفسه ولكنه يتغير رأسياً. عندما تعكس النقطة $(2, 3)$ حول المحور X يكون إحداثيا الصورة $(-3, 2)$ لأنها تكون في الموضع الأفقي نفسه ولكن في الجهة الأخرى من المحور X رأسياً.

(38) مسألة مفتوحة: ارسم مضلعًا في المستوى الإحداثي، بحيث تكون صورته الناتجة عن انعكاس حول المحور x منطبقةً عليه تماماً.



(39) **مسألة مفتوحة:** ارسم شكلًا في المستوى الإحداثي، يكون اتجاه صورته الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم $y = 1$ مماثلاً لاتجاه الشكل نفسه. وُضِّح الشروط التي يجب توافرها لتحقيق هذا الأمر.



استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $y = 1$ هو المنصف العمودي للقطع المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.

(40) **تحدٍ:** إذا كانت صورة النقطة $A(4, 3)$ بعد الانعكاس حول مستقيم معين هي $A'(-1, 0)$ ، فأوجد معادلة محور الانعكاس. وضح إجابتك.

ميل المستقيم الذي يمر بالنقطة وصورتها $\frac{3}{5}$. وباستعمال قانون نقطة المنتصف نجد أن نقطة منتصف القطعة الواقلة بين النقطة وصورتها

الانعكاس $4 \cdot y = -\frac{5}{3}x + 4$.

(ميل العمود المنصف يساوي $-\frac{5}{3}$ لأنه يساوي سالب مقلوب الميل $\frac{3}{5}$)

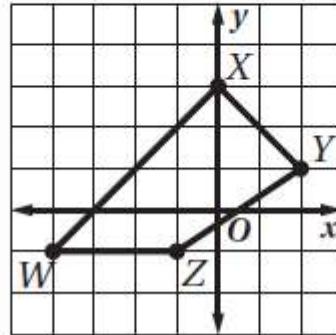
(41) **تبرير:** هل تقع صورة نقطة بالانعكاس حول مستقيم ما في الجهة الثانية من هذا المستقيم دائمًا أم أحياناً أم لا تقع فيها أبدًا؟
أحياناً، إذا وقعت النقطة على محور الانعكاس فتبقي صورتها في الموقع نفسه.

(42) **اكتب:** تقع النقاط P, Q, R على استقامة واحدة، حيث Q واقعة بين P و R . باستعمال الهندسة الإحداثية، صف خطة لإثبات أن انعكاس هذه النقاط حول مستقيم يحافظ على الاستقامة وترتيب موقع النقاط.

أنشئ النقاط P, Q, R على استقامة واحدة، بحيث تكون Q بين P و R . ارسم المستقيم I ، ثم أنشئ أعمدة من كل من P, Q, R على المستقيم I . واستعمل صيغة الميل لتبين ألميل $P'Q'$ يساوي ميل $P'R'$ فتكون النقاط P', Q', R' على استقامة واحدة ولأن $P'Q'=P'R'$ ، $PQ=PR$ ، $PQ=PR+QR$ ، $PR=PQ+QR$ ، $PQ=PR+QR$ ، $PQ=PR+QR$ ، $PQ=PR+QR$ ، $PQ=PR+QR$.

تدريب على اختبار

(43) إجابة قصيرة: إذا كانت صورة الشكل الرباعي $WXYZ$ الناتجة عن انعكاسه حول المحور y هي $W'XYZ'$ ، فما إحداثيات X' ؟



$$X' = (0, 3)$$

(44) إحداثيات النقطتين A, B في المستوى الإحداثي هي $(-2, 4), (3, 3)$. على الترتيب، احسب AB .

(1, 7) A

$\sqrt{26}$ B

(5, -1) C

$\sqrt{50}$ D

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{[3 - (-2)]^2 + (3 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{(5)^2 + (-1)^2}$$

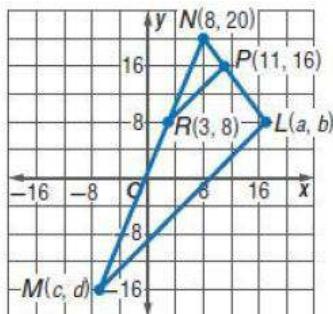
$$= \sqrt{25 + 1}$$

$$= \sqrt{26}$$

ال اختيار الصحيح: $\sqrt{26}$ B

مراجعة تراكمية

(45) هندسة احديمية: في $\triangle LMN$ ، $P\bar{R}$ تقسم الصلعين MN ، LN إلى قطع مستقيمة متناظرة أطولها متناسبة، إذا كانت $RN = 3$ وكانت $\frac{LP}{PN} = \frac{2}{1}$

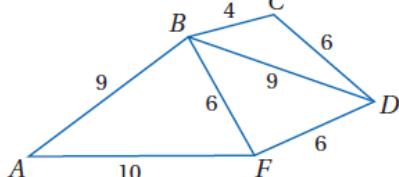


$$L(17, 8), M(-7, -16)$$

استعمل الشكل المجاور لكتاب مبادئه تصف العلاج أو طولي القطعتين المستقيمتين في كلٍ مما يأتي.

$$m\angle BDC, m\angle FDB \quad (46)$$

$$\therefore \overline{BF} \cong \overline{DC}, \overline{BD} \cong \overline{BD}, BC < FD \\ \therefore m\angle BDC < m\angle FDB$$



$$m\angle FBA, m\angle DBF \quad (47)$$

$$\therefore \overline{AB} \cong \overline{BD}, \overline{BF} \cong \overline{BF}, FD < AF \\ \therefore m\angle FBA < m\angle DBF$$

استعد للدرس اللاحق

(48) إحداثيات طرفي \overline{AB} هما $A(5, 4)$, $B(3, -1)$ ، تحركت كل من هاتين النقطتين 3 وحدات إلى اليمين و 5 وحدات إلى أسفل، فكانت مواقعهما الجديدة A' , B' على الترتيب.

(a) اكتب قاعدة هذا التحويل الهندسي.

$$(x, y) \rightarrow (x+3, y-5)$$

. (b) أوجد إحداثيات A' , B' .

$$A'(8, -1), B'(6, -6)$$

. (c) أوجد طول كل من \overline{AB} , $\overline{A'B'}$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(3-5)^2 + (-1-4)^2} \\ &= \sqrt{4+25} \\ &= \sqrt{29} \end{aligned}$$

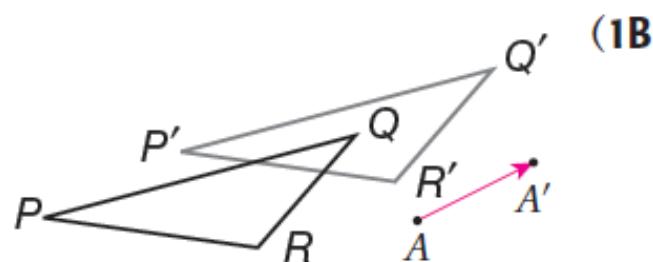
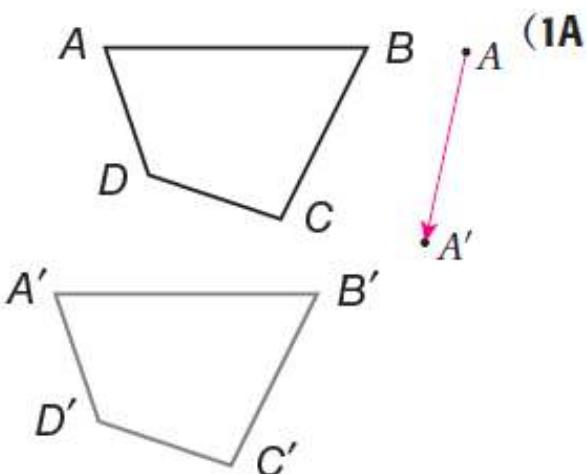
$$\begin{aligned} A'B' &= \sqrt{(6-8)^2 + [-6-(-1)]^2} \\ &= \sqrt{4+25} \\ &= \sqrt{29} \end{aligned}$$

الإزاحة (الانسحاب)

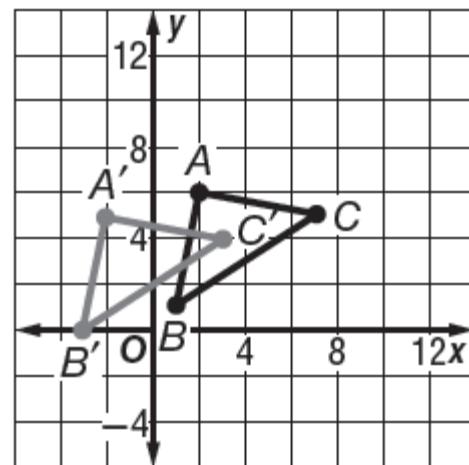
7-2

تحقق

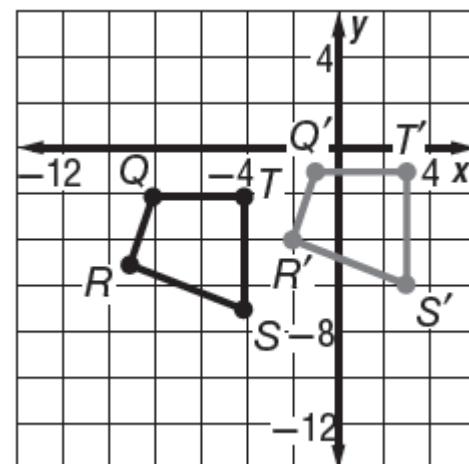
ارسم صورة المضلع الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' .



مُثُل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍ مما يأتي بيانياً:
 (2A) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(2, 6)$, $B(1, 1)$, $C(7, 5)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x-4, y-1)$



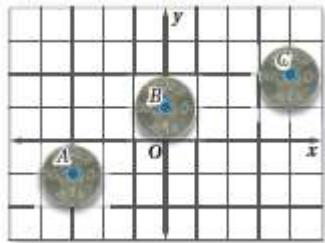
(2B) الشكل الرباعي $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $S(-4, -7)$, $T(-4, -2)$, $Q(-8, -2)$, $R(-9, -5)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x+7, y+1)$



٣) **نَقْوَد**: تم تصوير حركة قطعة نقود في مواقع مختلفة على المستوى الإحداثي.

A) صِفْ حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع B لفظياً.

تحرك قطعة النقود ٣ وحدات إلى اليمين
و ٢ وحدتين إلى أعلى.

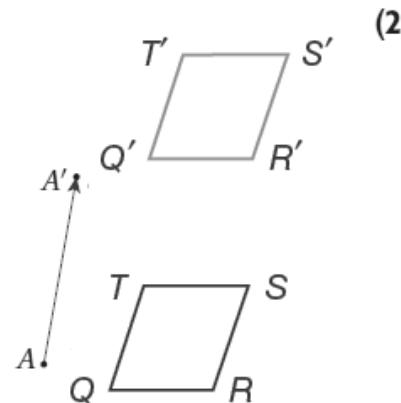
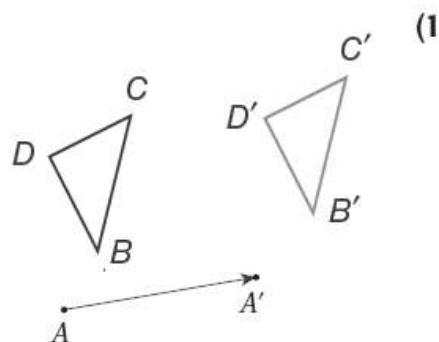


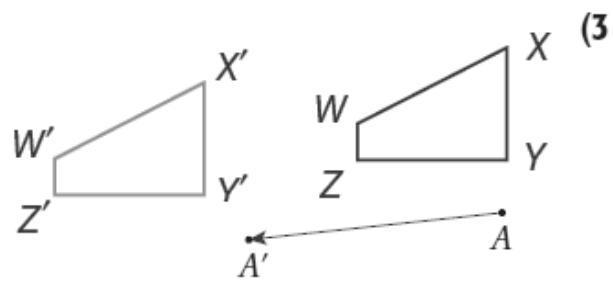
B) صِفْ حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع C باستعمال قاعدة الإزاحة.

$$\begin{aligned} -3 + a &= 4 \\ a &= 4 + 3 = 7 \\ -1 + b &= 2 \\ b &= 2 + 1 = 3 \end{aligned}$$

$$(x, y) \rightarrow (x + 7, y + 3)$$

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كل ممما يأتي:

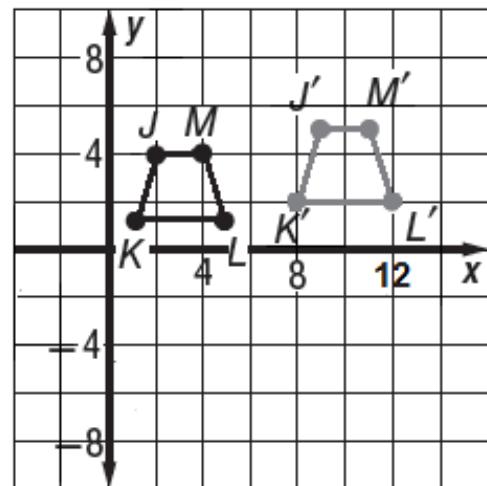




مثل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٌ مما يأتي بيانياً:

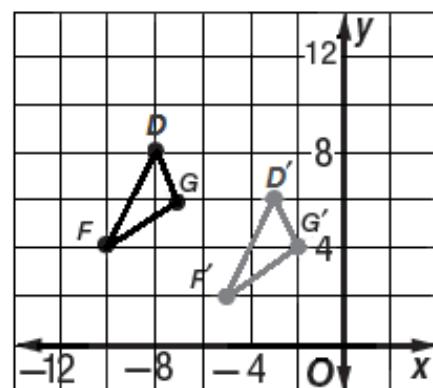
(4) شبه المنحرف $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $L(5, 1), M(4, 4)$

$(x, y) \rightarrow (x + 7, y + 1)$ أزيح وفق القاعدة (1)

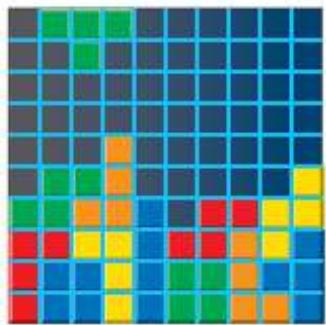
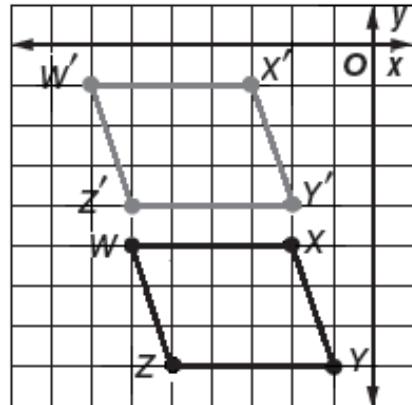


(5) $\triangle DFG$ الذي إحداثيات رؤوسه: $D(-8, 8), F(-10, 4), G(-7, 6)$

$(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 2)$ أزيح وفق القاعدة (1)



(6) متوازي الأضلاع $WXYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Y(-1, -8), Z(-5, -8)$,
 $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 4)$, أُذِيَّح وفق القاعدة $W(-6, -5), X(-2, -5)$



(7) **ألعاب فيديو:** إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغاتٍ فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة (x, y) ، فاكتتب قاعدةً لوصف الانسحاب الذي يملأ الصف المشار إليه بالسهم.

يجب ان تتحرك القطعة 3 وحدات إلى اليمين و 5 إلى الأسفل، لذا الإزاحة تكون $(3, -5)$

قاعدة الانسحاب:

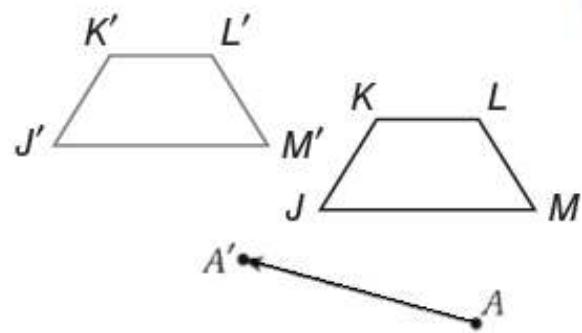
$$(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 5)$$

تدريب وحل المسائل:

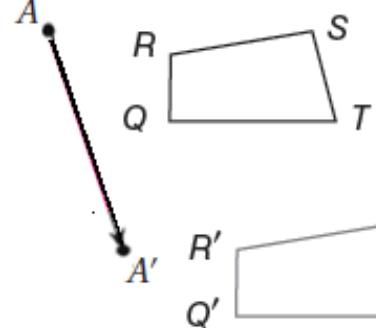


ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كلٍ مما يأتي:

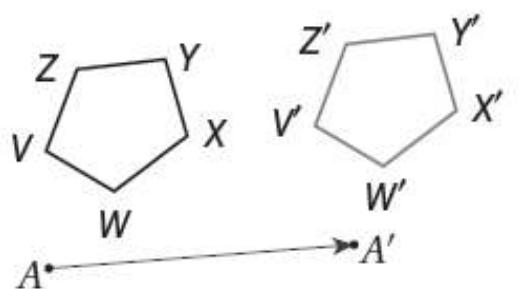
(8)



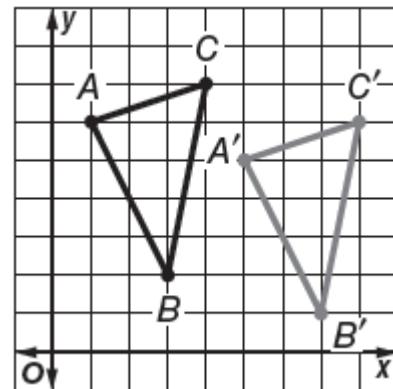
(9)



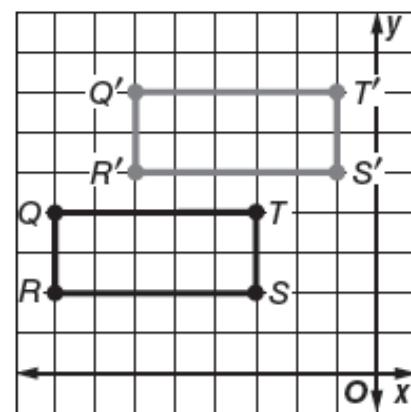
(10)



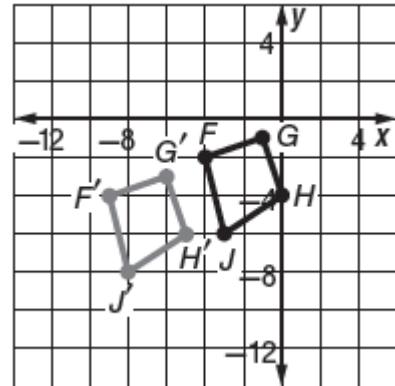
مُثُل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍ مما يأتي بياناً:
 ، $A(1, 6)$, $B(3, 2)$, $C(4, 7)$ (11) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه:
 $(x, y) \rightarrow (x + 4, y - 1)$ أزيح وفق القاعدة



(12) المستطيل $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $S(-3, 2)$, $T(-3, 4)$, $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 3)$ ، $Q(-8, 4)$, $R(-8, 2)$ أزيح وفق القاعدة



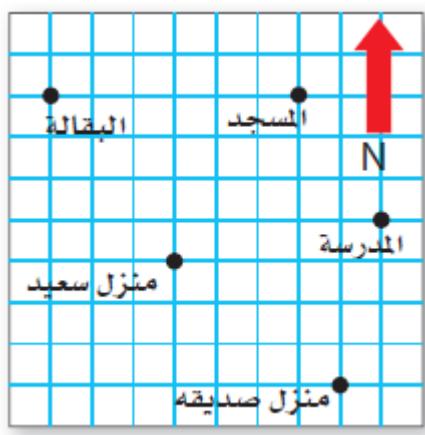
(13) الشكل الرباعي $FGHJ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $(x, y) \rightarrow (x - 3, y - 6)$, $F(-4, -2), G(-1, -1)$



(14) موضع: تبين الشبكة المجاورة بعض المواقع في الحي الذي يقطنه سعيد.

a) إذا غادر سعيد منزله، وانتقل 4 وحدات إلى الشمال و 3 وحدات إلى الشرق، فأين يصل؟

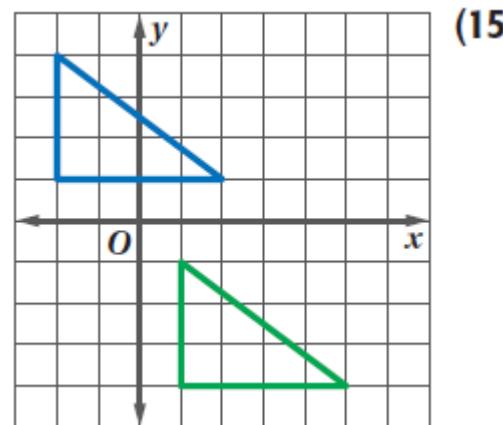
المسجد



b) صِف لفظياً إزاحتين تنقلان سعيد من المدرسة إلى منزله.

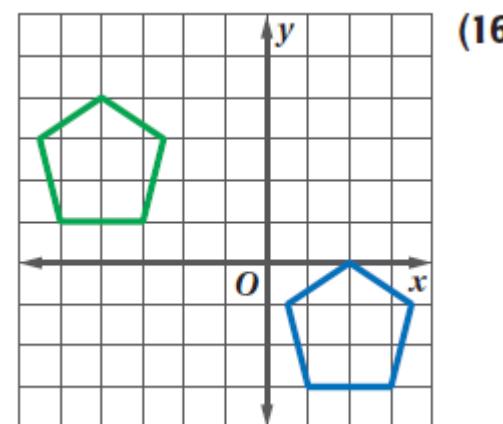
يمكن أن يسير 5 وحدات باتجاه الغرب، ثم وحدة واحدة إلى الجنوب، أو أن يسير وحدة واحدة إلى الجنوب ثم 5 وحدات باتجاه الغرب.

اكتب قاعدة الإزاحة التي تنقل الشكل الأزرق إلى الشكل الأخضر في كلٌ من السؤالين الآتيين.



يجب ان تتحرك النقطة 3 وحدات إلى اليمين و 5 إلى الأسفل، لذا الإزاحة تكون $(3, -5)$
قاعدة الانسحاب:

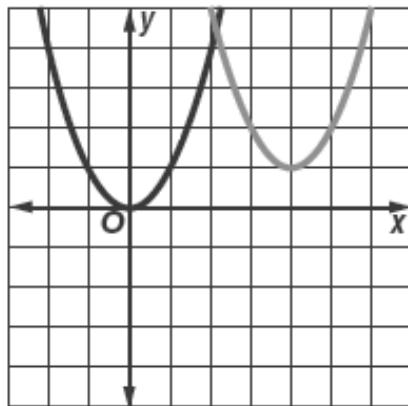
$$(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 5)$$



يجب ان تتحرك النقطة 6 وحدات إلى اليسار و 4 إلى الأعلى، لذا الإزاحة تكون $(3, -5)$

قاعدة الانسحاب:
 $(x, y) \rightarrow (x - 6, y + 4)$

جبر: مثل بيانياً صورة كل من الدالتيں الآتیتين الناتجة عن الإزاحة المعطاة، ثم اكتب معادلة هذه الصورة.



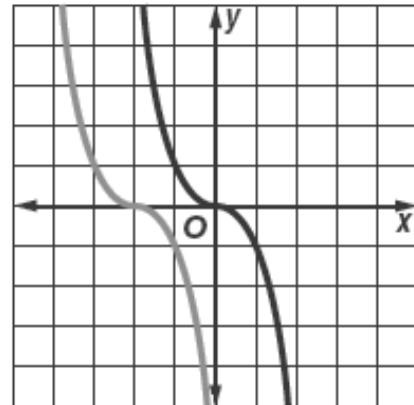
$$(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 1) \quad (17)$$

الإزاحة $(4, 1)$ تزيح كل نقطة من المنحنى 4 وحدات إلى اليمين و 1 وحدة إلى الأعلى، وعلى هذا النقطة $(0, 0)$ تزاح إلى النقطة $(4, 1)$. و النقطة $(1, 1)$ تزاح إلى النقطة $(5, 2)$. و النقطة $(-1, 1)$ تزاح إلى النقطة $(3, 2)$

و هكذا معادلة المنحنى بعد الإزاحة تكون

$$y = (x - 4)^2 + 1$$

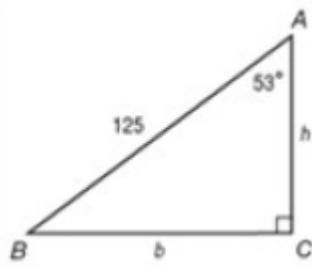
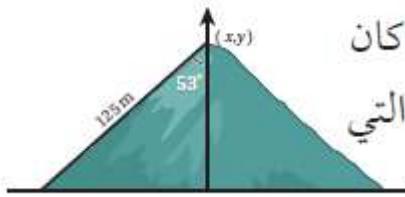
$$(x, y) \rightarrow (x - 2, y) \quad (18)$$



إزاحة النقطة $(-2, 0)$ تزيح كل نقطة من المنحنى 2 وحدة إلى اليسار، وعلى هذا النقطة $(0, 0)$ ستزاح إلى $(-2, 0)$. و النقطة $(-1, 1)$ تزاح إلى $(-3, 1)$ ، و النقطة $(1, -1)$ تزاح إلى $(-1, -1)$ و هكذا

$$\text{معادلة المنحنى بعد الإزاحة تكون } y = -(x + 2)^3$$

(19) **تضاريس:** طول منحدر تلةٍ من قمتها حتى أسفلها 125 m، وقياس الزاوية التي يصنعها مع المستقيم الرأسى 53° ، إذا كان موقع منصور عند قمة التلة (x, y) ، فاكتب قاعدة الإزاحة التي تمثل انتقاله إلى أسفل التلة.



$$\sin 53^\circ = \frac{b}{125}$$

$$125 \sin 53^\circ = b$$

$$100 \approx b$$

$$\cos 53^\circ = \frac{h}{125}$$

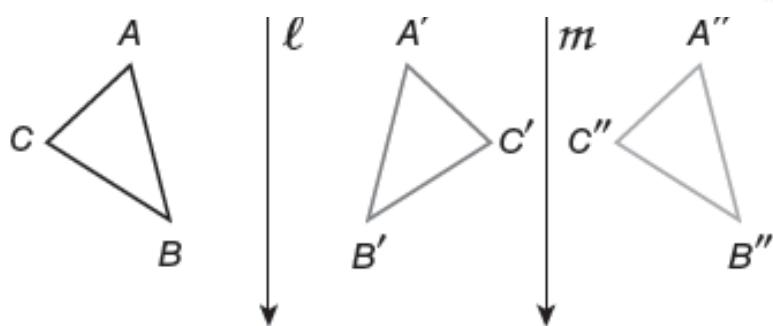
$$125 \cos 53^\circ = h$$

$$75 \approx h$$

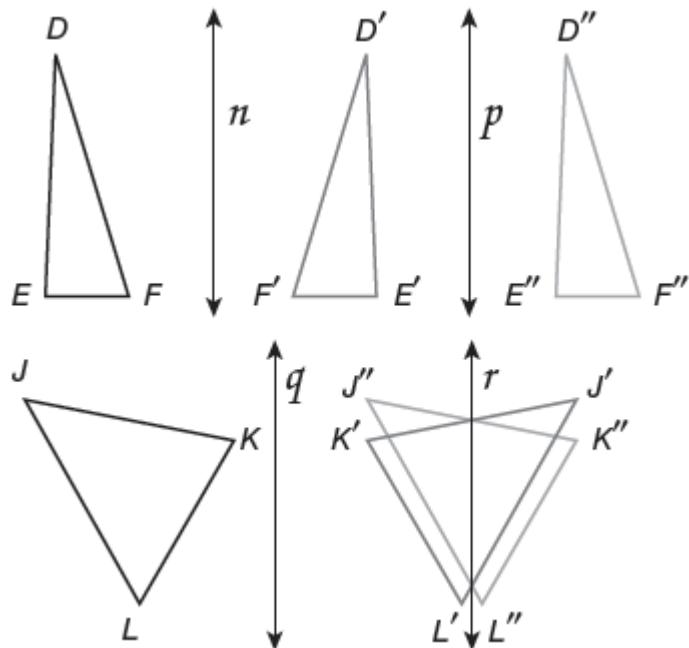
الرأس B ازيج الى (الأسفل 75 ft. و إلى اليسار بـ 100 ft.) بالنسبة إلى A
قاعدة الإزاحة: $(x, y) \rightarrow (x - 75, y - 100)$

(20) **تمثيلات متعددة:** ستسقصي في هذه المسألة نتيجة انعكاسين حول مستقيمين رأسئين.

(a) هندسياً: ارسم على ورق شفاف $\triangle ABC$ ، والمستقيمين الرأسئين ℓ, m ، وارسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم ℓ ، بطّي الورقة على امتداد المستقيم ℓ ورسم هذه الصورة $\triangle A'B'C'$ ، ثم ارسم صورة $\triangle A'B'C'$ الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم m ، بطّي الورقة على امتداد المستقيم m ، وسمّ هذه الصورة $\triangle A''B''C''$.



b) هندسياً: كرر العملية التي نفذتها في الفرع a لرسم صورة $\triangle DEF$ الناتجة عن انعكاسين متsequيين حول المستقيمين الرأسين p, n ، وصورة $\triangle MNP$ الناتجة عن انعكاسين متsequيين حول المستقيمين الرأسين q, r .



c) جدولياً: انسخ الجدول الآتي وأكمله.

المسافة بين النقاط المتاظرة(cm)	المسافة بين المستقيمين الرأسين(cm)	
$C'' C, B'' B, A'' A$ و	4.4	ℓ, m 2.2
$F'' F, E'' E, D'' D$ و	5.6	n, p 2.8
$P'' P, N'' N, M'' M$ و	2.8	q, r 1.4

d) لفظياً: صِفْ نتيجة الانعكاسين حول المستقيمين الرأسين باستعمال الإزاحة.

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين رأسين باعتباره إزاحة أفقية مسافتها مثلا المسافة بين المستقيمين الرأسين، واتجاهها عمودي عليهما.

مسائل مهارات التفكير العليا:

(21) تبرير: أجريت إزاحة لشكل ما، وفقاً للقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 8)$. ثم إزاحة أخرى للصورة الناتجة وفقاً للقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 8)$. من دون استعمال الرسم، حدد مكان الشكل النهائي وبرر إجابتك.

المكان النهائي: (x, y)
 الإزاحة $(x + 3, y - 8)$ ثم $(x - 3, y + 8)$
 $(x - 3 + 3, y + 8 - 8)$

(22) تحد: أزِّيج المستقيم $y = mx + b$ وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$. اكتب معادلة صورته الناتجة عن هذه الإزاحة. ما مقطع المحور y للمستقيم الجديد؟ عند إزاحة المستقيم $y = mx + b$ وفق القاعدة المذكورة :

أولاً: مقطع المحور y الجديد عند $x = a$
 الآن المستقيم $y = m(x - a) + b$
 يزاح b وحدات رأسياً.

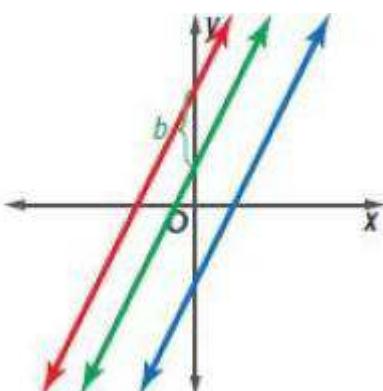
في هذه الحالة، $b = -4$

هذا يشكل المعادلة $y = m(x - a) + b + b$ أو
 $y = m(x - a) + 2b$

بعد الإزاحة الأولى، المقطع y عند $x = a$ يُكون عند $x = 2a$

$$\begin{aligned} 2b - ma &= 2(-4) - 2(-5) \\ &= -8 + 10 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$y = m(x - a) + 2b ; 2b$$

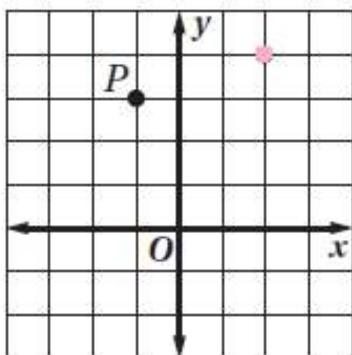


(23) اكتب: تذكر من الدرس السابق أن النقطة الثالثة هي النقطة التي تنطبق صورتها عليها. هل توجد نقاط ثابتة في الإزاحة؟ ووضح أسباب وجودها أو أسباب عدم وجودها.

لا، لأنه يجب أن تتحرك النقطة حتى تتم الإزاحة، ويبقى الشكل محافظاً على هيئته. فلا يمكن أن تبقى أي نقطة ثابتة في الإزاحة. إذا بقيت أي نقطة ثابتة عندئذ تكون الصورة هي الشكل الأصلي نفسه.

تدريب على اختبار

(24) أوجد صورة النقطة P الناتجة عن الإزاحة: $(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 1)$.



- | | |
|-----------|----------|
| $(2, -4)$ | C |
| $(2, 4)$ | D |
| $(0, 6)$ | A |
| $(0, 3)$ | B |

ال اختيار الصحيح: (2, 4) D

(25) يحتوي كيس على 5 كرات حمراء وكرتين زرقاءين و 4 كرات بيضاء وكرة واحدة صفراء. إذا سُحب من الكيس كرتان على التوالي من دون إرجاع، فما احتمال سحب كرتين بيضاوين؟

- | | |
|----------------|----------|
| $\frac{5}{33}$ | D |
| $\frac{1}{9}$ | C |
| $\frac{1}{11}$ | B |
| $\frac{1}{66}$ | A |

$$P(A \& B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\begin{aligned} P(A \& B) &= \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \\ &= \frac{1}{11} \end{aligned}$$

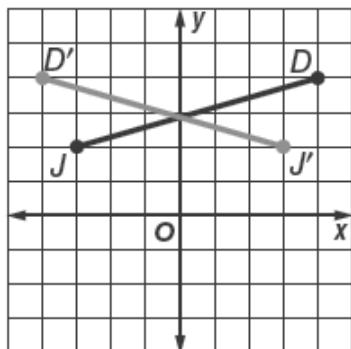
ال اختيار الصحيح: $\frac{1}{11}$ B

(26) إجابة قصيرة: ما قاعدة الإزاحة التي تنقل النقطة $A'(-2, -8)$ إلى النقطة $A(3, -5)$ ؟

$$(x, y)(x-5, y-3)$$

مراجعة تراكمية

مثل كل شكل مما يأتي بيانياً، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.
 (27) \overline{DJ} التي إحداثيات طرفيها $D(4, 4), J(-3, 2)$ ، بالانعكاس حول المحور y .

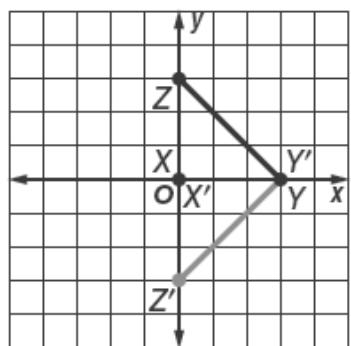


$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$

$$D(4, 4) \rightarrow D'(-4, 4)$$

$$J(-3, 2) \rightarrow J'(3, 2)$$

(28) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $X(0, 0), Y(3, 0), Z(0, 3)$ ، بالانعكاس حول المحور x .



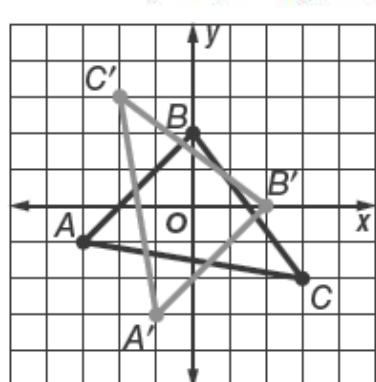
$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$

$$X(0, 0) \rightarrow X'(0, 0)$$

$$Y(3, 0) \rightarrow Y'(3, 0)$$

$$Z(0, 3) \rightarrow Z'(0, -3)$$

(29) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-3, -1), B(0, 2), C(3, -2)$ ، بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



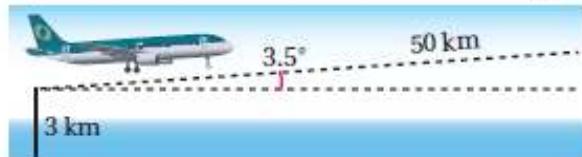
$$(x, y) \rightarrow (y, x)$$

$$A(-3, -1) \rightarrow A'(-1, -3)$$

$$B(0, 2) \rightarrow B'(2, 0)$$

$$C(3, -2) \rightarrow C'(-2, 3)$$

(30) **الملاحة الجوية :** كان ارتفاع طائرة 3 km فوق سطح البحر عندما بدأت بالارتفاع بزاوية 3.5° ، إذا بقيت هذه الزاوية ثابتة، فكم كيلو متراً يكون ارتفاعها فوق سطح البحر بعد طيرانها مسافة 50 km



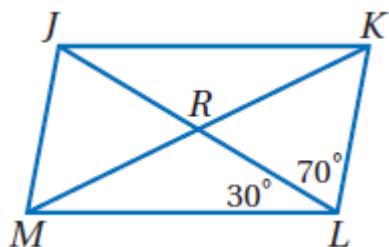
نفرض أن x ارتفاع الطائرة بعد طيران 50 km من نقطة الارتفاع.

$$\sin 3.5^\circ = \frac{x}{50}$$

$$50 \sin 3.5^\circ = x$$

$$3.1 \approx x$$

الطائرة تكون على ارتفاع 3km فوق سطح البحر عند بدأ الارتفاع.
لهذا، بعد 50km ستكون حوالي $3 + 3.1 = 6.1$ km فوق مستوى البحر.



أوجد كلاً من القياسات الآتية مستعملاً $\square JKLM$ المجاور.

$$m\angle MJK \quad (31)$$

$$\because \angle MJK \cong \angle MLK$$

$$\therefore \angle MLK = 30 + 70 = 100$$

$$\therefore m\angle MLK = 100^\circ$$

$$\therefore m\angle MJK = 100^\circ$$

$$m\angle JML \quad (32)$$

$$360 = m\angle JML + 100 + m\angle LKJ + 100$$

$$360 = m\angle JML + 200 + m\angle LKJ$$

$$160 = m\angle JML + m\angle LKJ$$

$$160 = 2m\angle JML$$

$$80 = m\angle JML$$

$$m\angle JKL \quad (33)$$

$$360 = m\angle JML + 100 + m\angle LKJ + 100$$

$$360 = m\angle JML + 200 + m\angle LKJ$$

$$160 = m\angle JML + m\angle LKJ$$

$$160 = 2m\angle LKJ$$

$$80 = m\angle LKJ$$

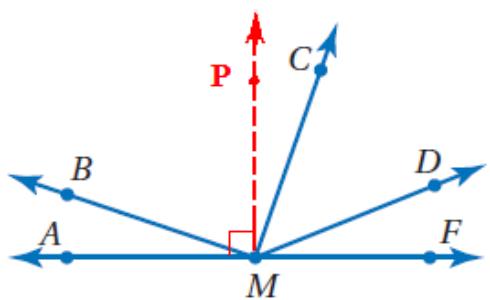
$$m\angle KJL \quad (34)$$

الزاويتين $\angle JLM$ و $\angle KJL$ متناظرتين ، و حسب مسلمة الزاوية المتناظرة،

$$m\angle KJL = 30^\circ$$

استعد للدرس اللاحق

صنف كلاً من الزوايا الآتية إلى قائمة أو حادة أو منفرجة، ثم استعمل المنقلة لقياس الزاوية إلى أقرب درجة.



$$\angle AMC \quad (35)$$

باستخدام المنقلة ارسم خط عمودي على النقطة M مثل $\angle AMP$ تمثل زاوية قائمة. واضح أن الزاوية $\angle AMC > \angle AMP$

$$\angle AMC > 90^\circ \\ \text{زاوية منفرجة}$$

$$\text{بقياس الزاوية بالمنقلة نجد ان } m\angle AMC = 110^\circ$$

$$\angle FMD \quad (36)$$

واضح أن الزاوية $\angle FMD < \angle FMP$

$$\angle FMD < 90^\circ \\ \text{زاوية حادة}$$

$$\text{بقياس الزاوية بالمنقلة نجد ان } m\angle FMD = 20^\circ$$

$$\angle BMD \quad (37)$$

الزاوية منفرجة وباستعمال المنقلة نجد أن

$$m\angle BMD = 140^\circ$$

$$\angle CMB \quad (38)$$

الزاوية قائمة وباستعمال المنقلة نجد أن

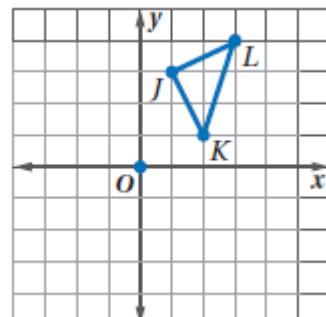
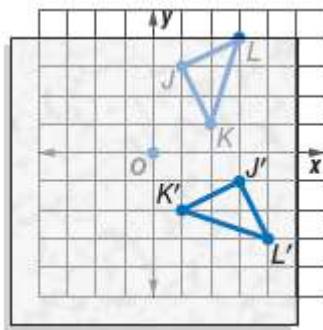
$$m\angle BMD = 90^\circ$$

الدوران

Rotations



- ١) انسخ $\triangle JKL$ الموضح في الشكل المجاور الذي إحداثيات رؤوسه هي:
 $J(1, 3), K(2, 1), L(3, 4)$ في قطعة من الورق الشفاف ثم أجب عما يأتي:
- (أ) استعمل الورق الشفاف والمنقلة لتدوير كل رأس بزاوية 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ما إحداثيات رؤوس صورة المثلث الناتجة عن الدوران؟



$$J'(3, -1), \quad K'(1, -2), \quad L'(4, -3)$$

- (ب) استعمل الورق الشفاف والمنقلة لتدوير $\triangle JKL$ بزاوية 180° حول نقطة الأصل.
 ما إحداثيات رؤوس صورة المثلث الناتجة عن الدوران؟
- $J''(-1, -3), \quad K''(-2, -1), \quad L''(-3, -4)$

٤) استعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لإيجاد المسافة بين نقطة الأصل وكل من النقاط J, K, L ، ثم أوجد المسافة بين نقطة الأصل وكل من رؤوس المثلثين $J'KL'$ ، $J''K''L''$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$OJ = \sqrt{(1-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$OK = \sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$OL = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = 5$$

$$OJ' = \sqrt{(3-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$OK' = \sqrt{(1-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$OL' = \sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = 5$$

$$OJ'' = \sqrt{(-1-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$OK'' = \sqrt{(-2-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$OL'' = \sqrt{(-3-0)^2 + (-4-0)^2} = 5$$

$$OJ = OJ' = OJ'' = \sqrt{10}$$

$$OK = OK' = OK'' = \sqrt{5}$$

$$OL = OL' = OL'' = 5$$

٢) اكتب: إذا تم تدوير النقطة $(2, 4)$ في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل بزاوية 90° ، وبزاوية 180° ، فما التغيير الذي يطرأ على الإحداثي x وعلى الإحداثي y ؟ يتبدل الإحداثيان y ، x عند تدوير النقطة بزاوية 90° وتتغير إشارة الإحداثي x . وعند التدوير بزاوية 180° تتغير إشارة كلا الإحداثيين.

٣) تخمين: ما إحداثياً صورة النقطة (x, y) الناتجة عن دوران بزاوية 270° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟

$$(-y, x)$$

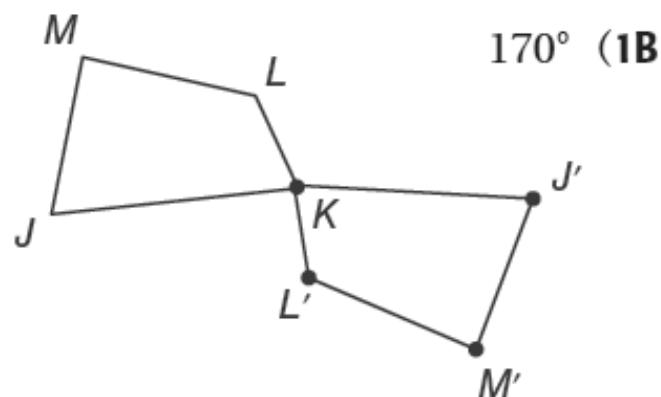
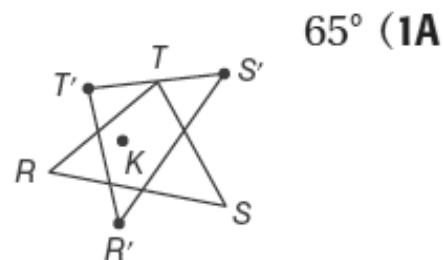
٤) **تخمين:** اكتب تخميناً حول المسافة بين مركز الدوران P ، والرؤوس المتناظرة للشكليين $ABCD$, $A'B'C'D'$
بعد كل نقطة عن مركز الدوران يساوي بعد صورتها عنه.

7-3

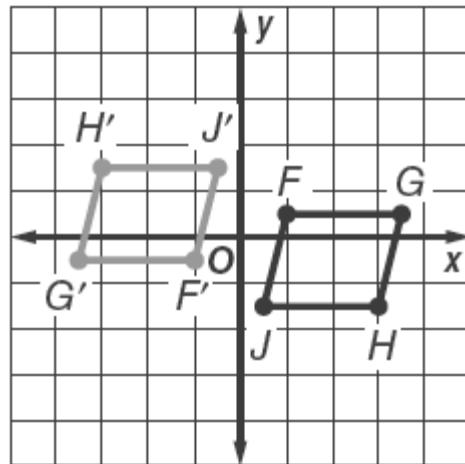
الدوران

تحقق

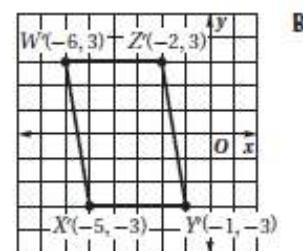
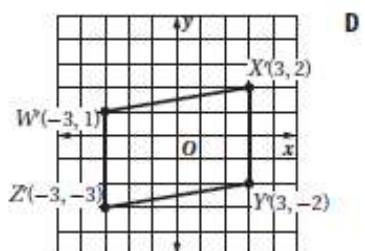
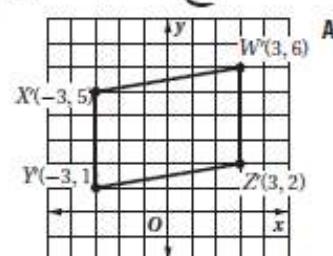
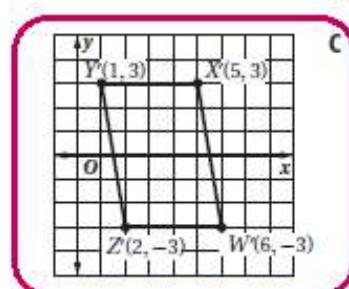
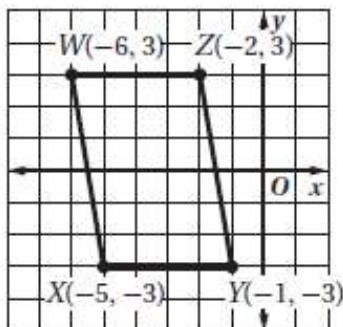
استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:



2) إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $FGHJ$ هي: $(6, -3), J(1, -3)$, $H(6, -3)$, $J(1, -3)$ مثل بيانياً $FGHJ$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

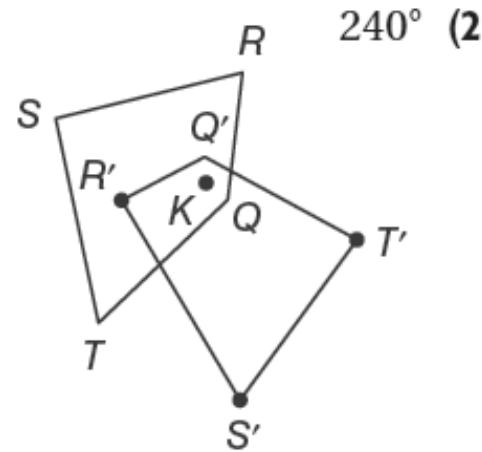
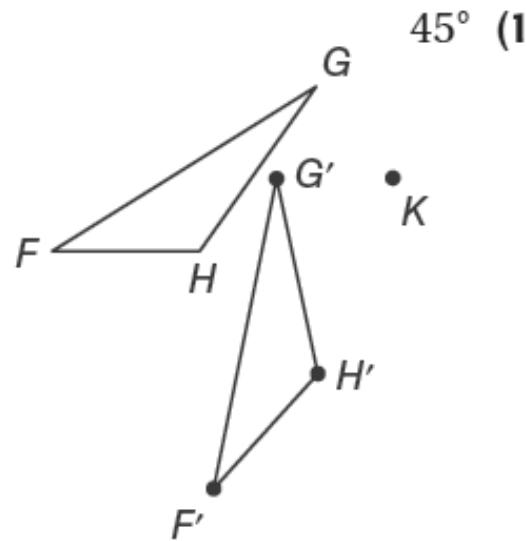


3) تم تدوير متوازي الأضلاع $WXYZ$ في الشكل المجاور بزاوية 180° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، أي الأشكال الآتية يمثل صورة متوازي الأضلاع الناتجة عن الدوران؟

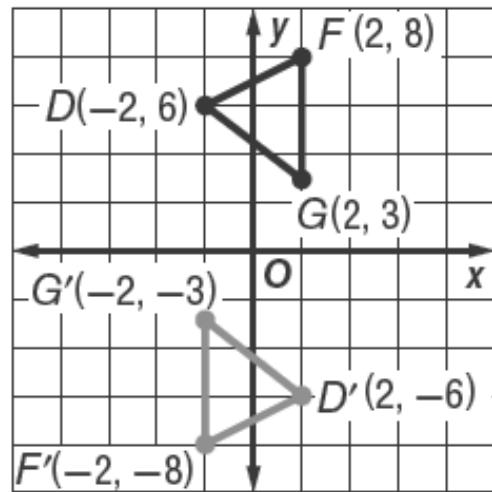




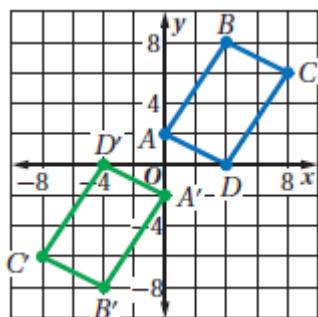
استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



(3) إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي: $D(-2, 6)$, $F(2, 8)$, $G(2, 3)$.
بيانياً $\triangle DFG$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 270° حول نقطة الأصل.



(4) اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبيّن الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل.
ما قياس زاوية الدوران؟



- 270° C
 360° D

- 90° A
 180° B

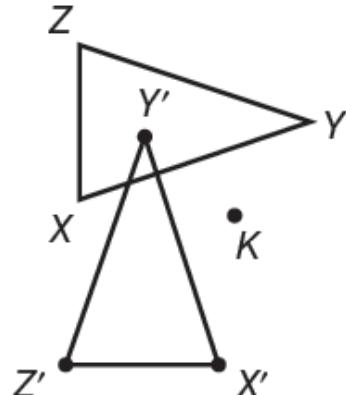
ال اختيار الصحيح: **180° B**

تدريب وحل المسائل:

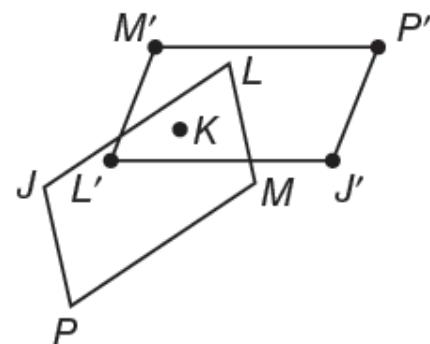


استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كلٍ مما يأتي:

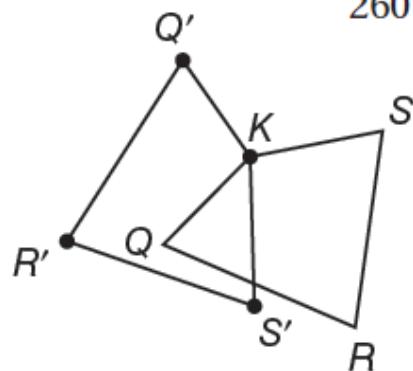
90° (5)



145° (6)

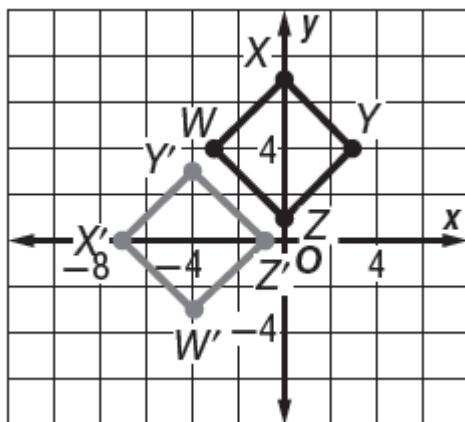


260° (7)



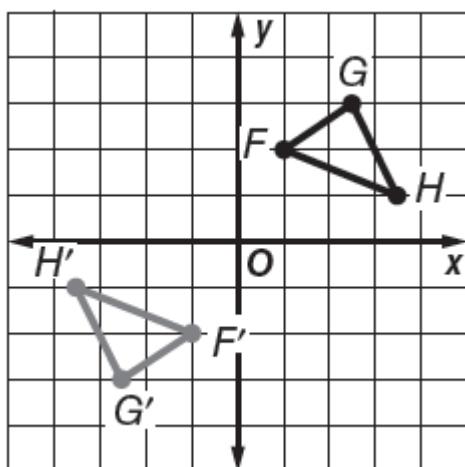
مُثِّلَ بِيَانِيًّا الشَّكْلُ وصُورَتِه النَّاتِجَةُ عَنِ الدُّورَانِ حَوْلَ نَقْطَةِ الْأَصْلِ بِالْزاوِيَةِ
الْمُحَدَّدةِ فِي كُلِّ مِمَّا يَأْتِي:

(8) المعين $WXYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $W(3, 4), Y(3, 4), Z(0, 1)$
 90° ، $W(-3, 4), X(0, 7)$



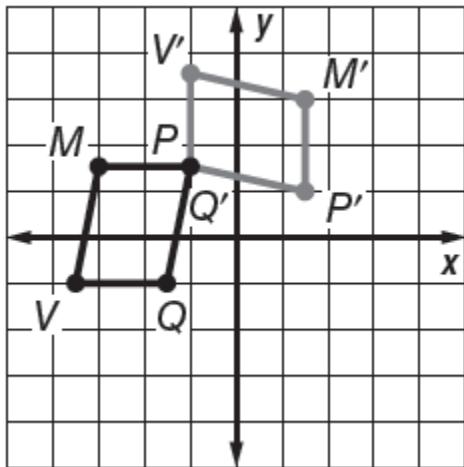
$$\begin{aligned}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &\rightarrow (-\mathbf{y}, \mathbf{x}) \\ (-3, 4) &\rightarrow (-4, -3) \\ (0, 7) &\rightarrow (-7, 0) \\ (3, 4) &\rightarrow (-4, 3) \\ (0, 1) &\rightarrow (-1, 0)\end{aligned}$$

(9) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(2, 4), G(5, 6), H(7, 2)$
 180° ، $F(-2, -4), G(-5, -6), H(-7, -2)$



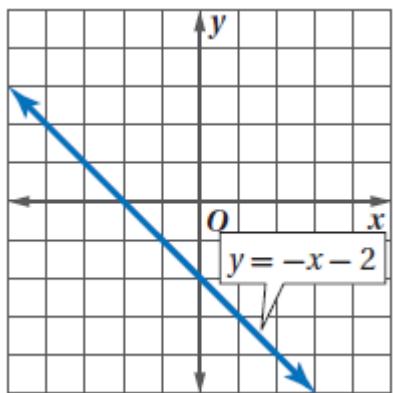
$$\begin{aligned}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &\rightarrow (-\mathbf{x}, -\mathbf{y}) \\ (2, 4) &\rightarrow (-2, -4) \\ (5, 6) &\rightarrow (-5, -6) \\ (7, 2) &\rightarrow (-7, -2)\end{aligned}$$

(10) متوازي الأضلاع $MPQV$ الذي إحداثيات رؤوسه: $M(-6, 3), P(-2, 3)$.
 $270^\circ, Q(-3, -2), V(-7, -2)$



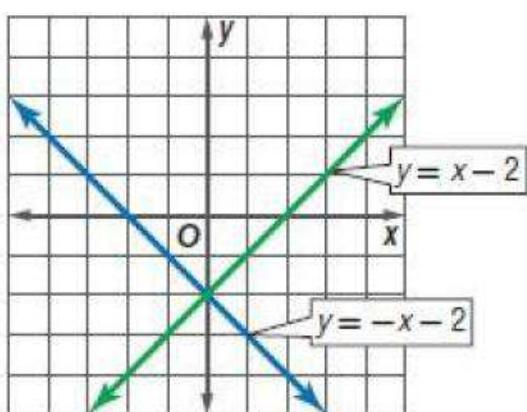
$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (-y, x) \\ (-6, 3) &\rightarrow (3, 6) \\ (-2, 3) &\rightarrow (3, 2) \\ (-3, -2) &\rightarrow (-2, 3) \\ (-7, -2) &\rightarrow (-2, 7) \end{aligned}$$

جبر: أوجد معادلة صورة المستقيم $y = -x - 2$ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل بزاوية المحددة في كل من الأسئلة الآتية، ثم صِف العلاقة بين المستقيم الأصلي وصورته.



90° (11)

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (-y, x) \\ (0, -2) &\rightarrow (2, 0) \\ (-2, 0) &\rightarrow (0, -2) \end{aligned}$$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{0 - (-2)}{-2 - 0}$$

$$m = \frac{2}{-2} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

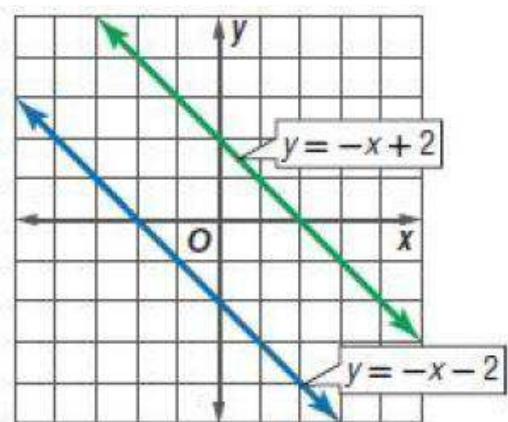
$$y + 2 = (-1)(x - 0)$$

$$y = -x - 2$$

حيث أن حاصل ضرب الميلين = -1 ، فهما متعامدين

180° (12)

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (-x, -y) \\ (0, -2) &\rightarrow (0, 2) \\ (-2, 0) &\rightarrow (2, 0) \end{aligned}$$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{0 - 2}{2 - 0}$$

$$m = -\frac{2}{2} = -1$$

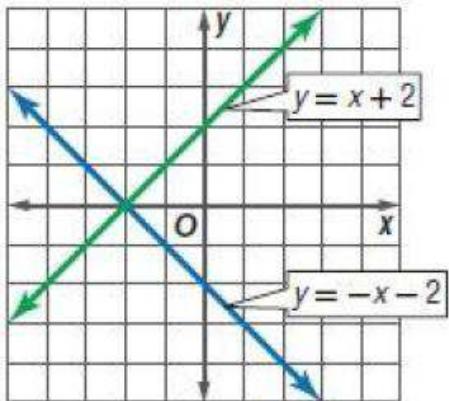
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -1(x - 0)$$

$$y = -x + 2$$

حيث أن الميلين متساويان، فهما متوازيان

270° (13)



$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (y, -x) \\ (0, -2) &\rightarrow (-2, 0) \\ (-2, 0) &\rightarrow (0, 2) \end{aligned}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{0 - 2}{-2 - 0}$$

$$m = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

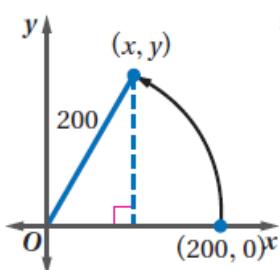
$$y - 2 = 1(x - 0)$$

$$y = x + 2$$

حيث أن حاصل ضرب الميلين = -1 ، فهما متعامدين

360° (14)

عند الدوران 360° حول نقطة الأصل احداثيات (x, y) لا تتغير ،
ويكونا على استقامة واحدة
 $y = -x - 2$



(18) سباق الدراجات: يشارك سليمان وعبد الله في سباق دراجات على مسار دائري الشكل نصف قطره 200 ft

a) إذا بدأ السباق من النقطة (0, 0) وأتم الإثنان دورة واحدة في 30 ثانية، فما إحداثيات موقعهما بعد 5 ثوانٍ؟

نفرض أن زاوية الدوران x في خمس ثوانٍ

$$\frac{360^\circ}{30} = \frac{x^\circ}{5}$$

$$30x = 1800$$

$$x = 60^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \frac{y}{200}$$

$$y = 200 \sin 60^\circ$$

$$y \approx 173.2$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{200}$$

$$x = 200 \cos 60^\circ$$

$$x = 100$$

الإحداثيات: (100, 173.2)

b) افترض أن السباق يتكون من 50 دورة، وأن سليمان استمر بالسرعة نفسها. إذا أنهى عبد الله مسافة السباق في 26.2 دقيقة، فمن الفائز؟

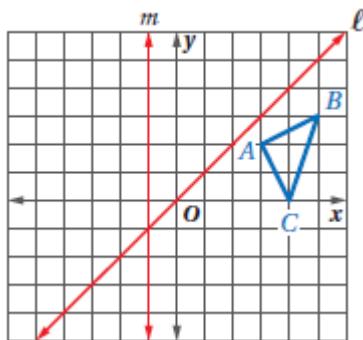
الدورة الواحدة تستغرق 30 ثانية، 50 دورة تستغرق $50 \times 30 = 1500$ ثانية

$$\frac{1500}{60} = 25$$

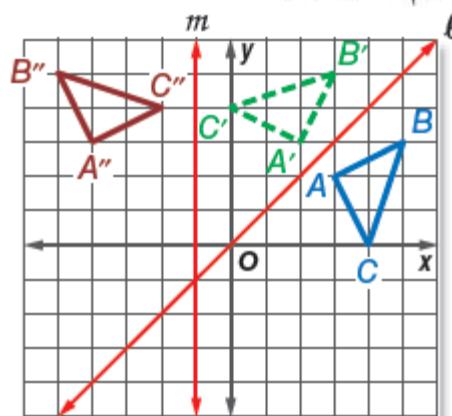
$25 < 26.2$ ، لذا الفائز هو سليمان

١٩ تمثيلات متعددة :

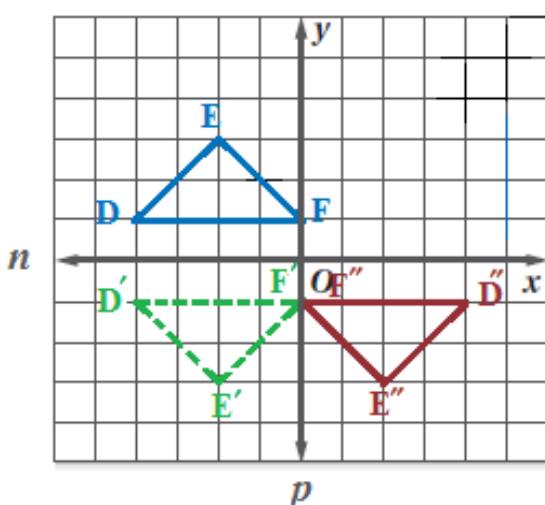
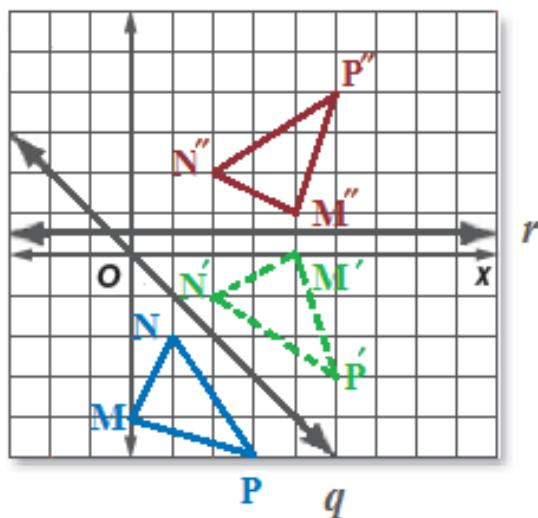
في هذه المسألة سنتقصي الانعكاس حول مستقيمين متقاطعين.



- (a) هندسياً : في المستوى الإحداثي المجاور، رسم $\triangle ABC$ والمستقيمان المتقاطعان l, m . ارسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم l . وسمّها $\triangle A'B'C'$ ، ثم ارسم صورة $\triangle A'B'C'$ الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم m . وسمّها $\triangle A''B''C''$.



- (b) هندسياً : كرر العملية السابقة مرتين في رباعين مختلفين، سمّ المثلث الثاني DEF ، وارسم صورته الناتجة عن الانعكاس حول المستقيمين المتقاطعين p, n . وسمّ المثلث الثالث MNP ، وارسم صورته الناتجة عن الانعكاس حول المستقيمين المتقاطعين q, r .



c) جدوٰلياً : قس زاوية الدوران لكل مثلث حول نقطة تقاطع المستقيمين، وانسخ الجدول الآتي وأكمله.

قياس الزاوية بين المستقيمين المتتقاطعين			
قياس زاوية الدوران بين الشكلين			
$\triangle ABC, \triangle A''B''C''$	90°	ℓ, m	45°
$\triangle DEF, \triangle D''E''F''$	180°	n, p	90°
$\triangle MNP, \triangle M''N''P''$	90°	q, r	45°

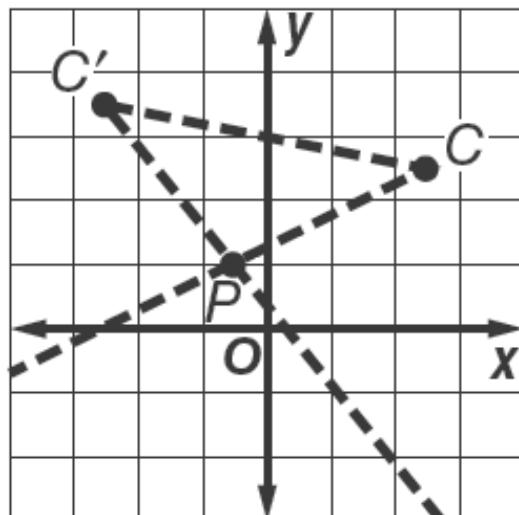
d) لفظياً : اكتب تخميناً حول قياس زاوية الدوران الذي تحصل عليه عند إجراء انعكاسين متsequيين للشكل حول مستقيمين متتقاطعين.

قياس زاوية الدوران حول نقطة تقاطع المستقيمين يساوي مثلي قياس الزاوية بين المستقيمين المتتقاطعين.

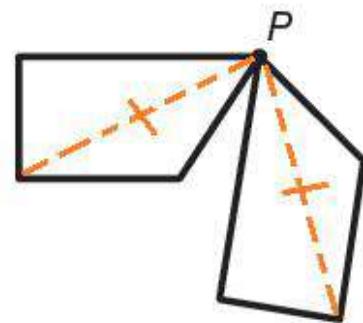
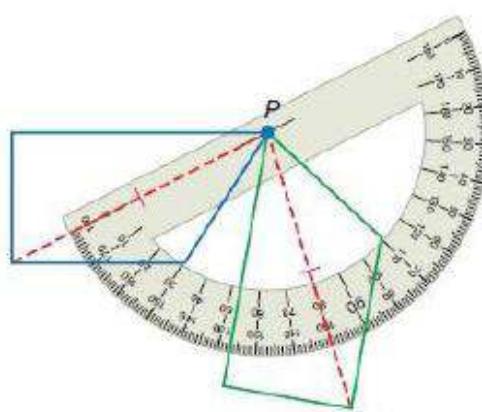
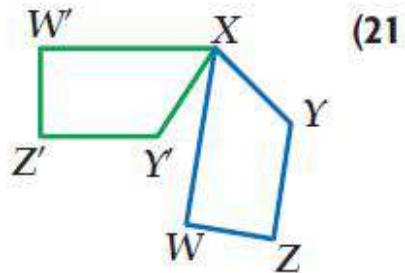
مسائل مهارات التفكير العلية:

(20) تحدّ: إحداثياً النقطة C هما $(5, 5)$ ، وإحداثياً صورتها الناتجة عن دوران بزاوية 100° حول نقطة معينة هما $(-5, 7.5)$ ، أوجد إحداثيّ مركز الدوران. وضح إجابتك.

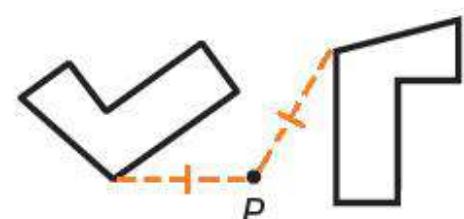
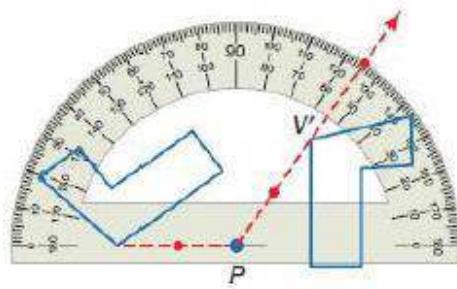
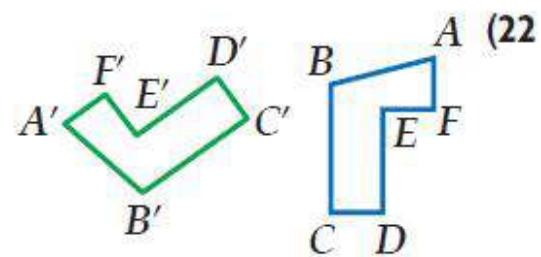
(-1,2) ، بما أن $CC'P$ متطابق الضلعين وزاوية رأسه تساوي زاوية الدوران، فإن كل من $\angle'PC'$ و $m\angle PCC'$ يساوي 40° لأن زاويتي القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان. وعندما ترسم زاوية قياسها 40° عند الرأس C وزاوية قياسها 40° عند الرأس C' يتقاطع الشعاعان اللذان يكونان هاتين الزاويتين عند مركز الدوران أي عند النقطة **(-1,2)**.



يظهر في كلٍ من السؤالين الآتيين الشكل الأصلي وصورته الناتجة عن دوران حول النقطة P . انسخ في دفترك كلاً من الشكلين وحدّد موقع النقطة P ، ثم أوجد قياس زاوية الدوران.

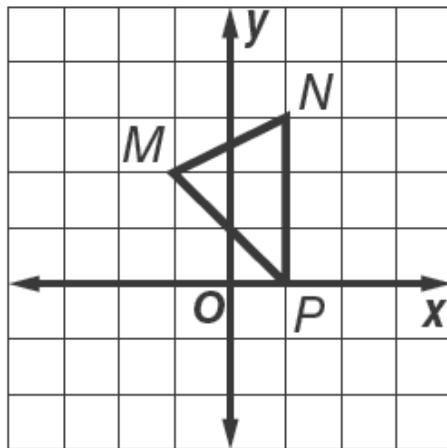


زاوية الدوران: 80°



زاوية الدوران: 125°

(23) **مسألة مفتوحة:** ارسم شكلًا في المستوى الإحداثي، وصف دورانًا زاويته لا تساوي الصفر، وتنطبق فيه الصورة والشكل الأصلي أحدهما على الآخر.



دوران 360° ، يعيد الشكل إلى وضعه الأصلي، دوران 360° عبارة عن دوران 180° مرتين.

مثلاً النقطة $N(1, 3)$ بدوران 180° تنقل النقطة N إلى $(-3, -1)$ ، ثم بدوران 180° مرة أخرى تنقل النقطة N إلى وضعها الأصلي $(1, 3)$.

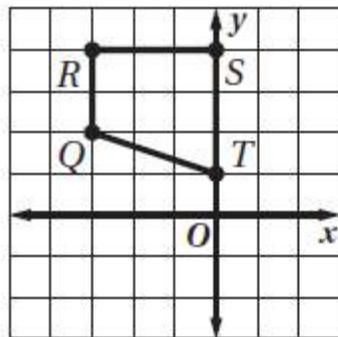
(24) **تبرير:** هل يكفي انعكاس شكل حول المحور x دورانًا حول نقطة الأصل للشكل نفسه بزاوية 180° ؟ وضح إجابتك.

لا، إجابة ممكنة: عندما يعكس الشكل حول المحور X يبقى الإحداثي X ثابتاً وتتغير إشارة الإحداثي Y وعندما يتم تدوير الشكل نفسه بزاوية 180° حول نقطة الأصل تتغير إشارتا الإحداثيين $x < y$. لذا فإن هذين التحويليين غير متكافئين.

(25) **اكتب:** هل تبقى نقاط ثابتة في الدوران دائمًا أو أحياناً أو لا تبقى أي نقاطٍ ثابتة أبداً؟

تبقي نقاط ثابتة أحياناً، إجابة ممكنة: عندما يتم تدوير الشكل حول نقطة من الشكل نفسه تبقى هذه النقطة التي تمثل مركز الدوران ثابتة. وأما إذا تم تدوير الشكل حول نقطة ليست واقعة عليه فلن يبقى نقاط ثابتة نتيجة الدوران.

تدريب على اختبار



- (26) ما الدوران الذي يُجرى على
شبه المتراف $QRST$ لينقل
الرأس R إلى $R'(4, 3)$

- . 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T . **A**
 . 185° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T . **B**
 . 180° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل. **C**
 . 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل. **D**

$$R(-3, 4)$$

$$270^\circ : (-3, 4) \rightarrow (3, 4)$$

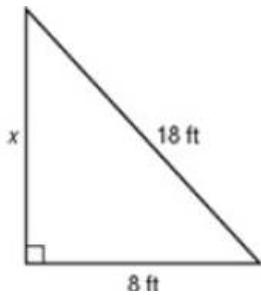
$$185^\circ : (-3, 4) \rightarrow (3, -2) \text{ و } (3, -2) \rightarrow (4, -1)$$

$$180^\circ : (-3, 4) \rightarrow (3, -4)$$

$$90^\circ : (-3, 4) \rightarrow (4, 3)$$

ال اختيار الصحيح: **D** 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل

- (27) يرتكز سلم طوله 18 ft على حائط رأسي وأرض أفقية، إذا
كان أسفل السلم يبعد 8 ft عن الحائط، فما ارتفاع رأس السلم
عن الأرض مقارباً إلى أقرب عشر قدم؟



- | | |
|------------------|------------------|
| 19.7 ft C | 10.0 ft A |
| 26.0 ft D | 16.1 ft B |

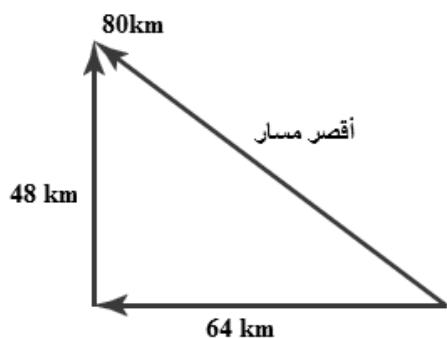
$$x = \sqrt{(18)^2 - 8^2} \approx 16.1$$

ال اختيار الصحيح: **B** 16.1 ft.

مراجعة تراكمية



(28) **براكن:** تحركت سحب من الغبار والغازات المنبعثة من بركان مسافة 64 km غرباً و 48 km شمالاً.
ارسم شكلاً يوضح الإزاحة التي وقعت على حبيبات الغبار، ثم أوجد طول أقصر مسار ينقل الغبار إلى الموقع نفسه.
لإيجاد طول أقصر مسار نستخدم نظرية فيثاغورث



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 48^2 + 64^2$$

$$c^2 = 2304 + 4096$$

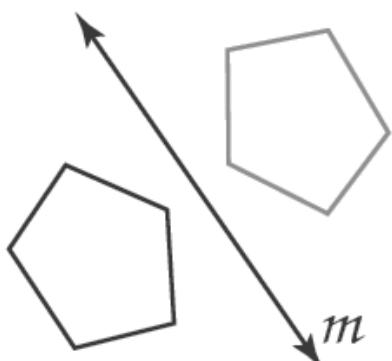
$$c^2 = 6400$$

$$c = \sqrt{6400}$$

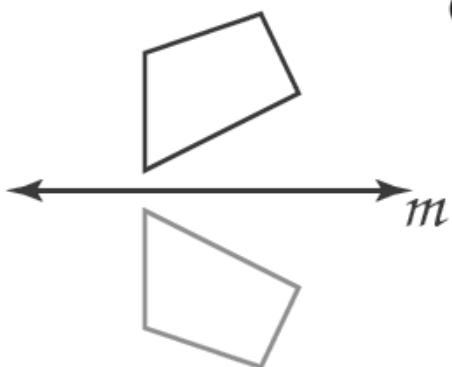
$$c = 80 \text{ km}$$

ارسم صورة المضلع الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم m في كلٍ مما يأتي:

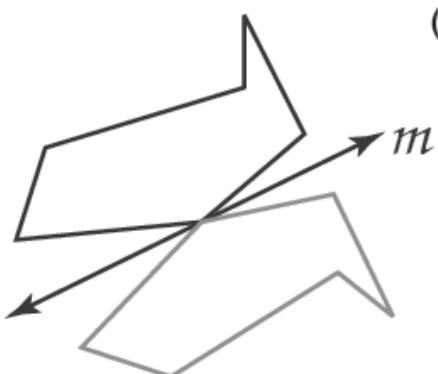
(30)



(29)



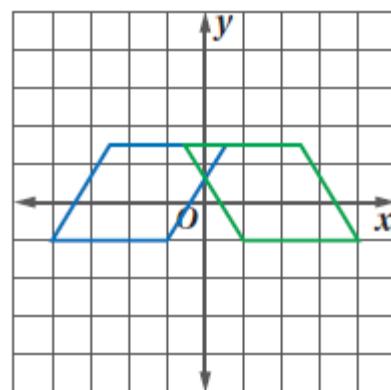
(31)



استعد للدرس اللاحق

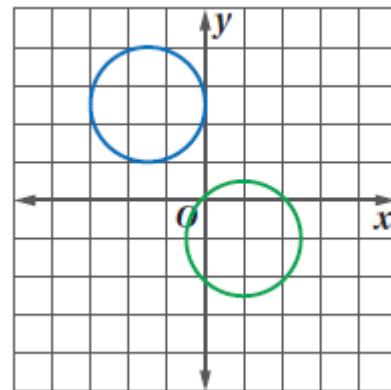
صنف التحويل المبين في كلٍ من الأشكال الآتية إلى انعكاس أو إزاحة أو دوران.

(32)



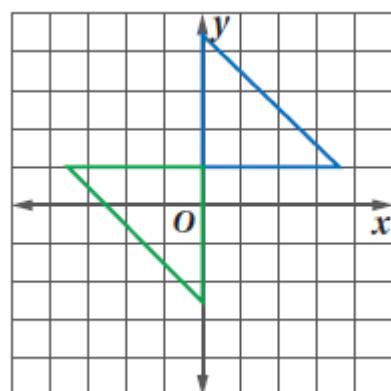
انعكاس

(33)



إزاحة

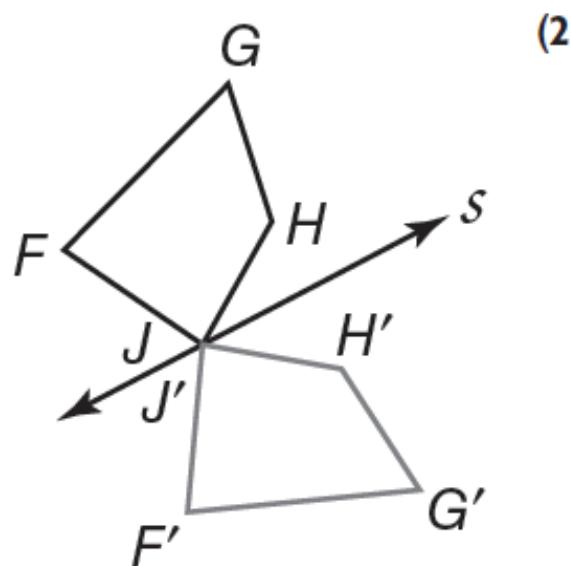
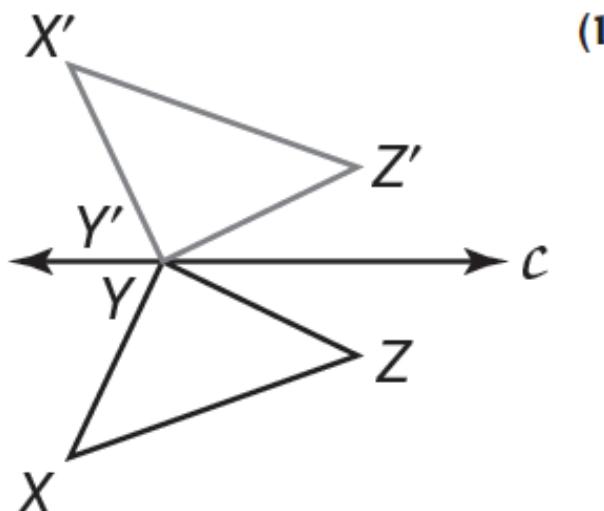
(34)



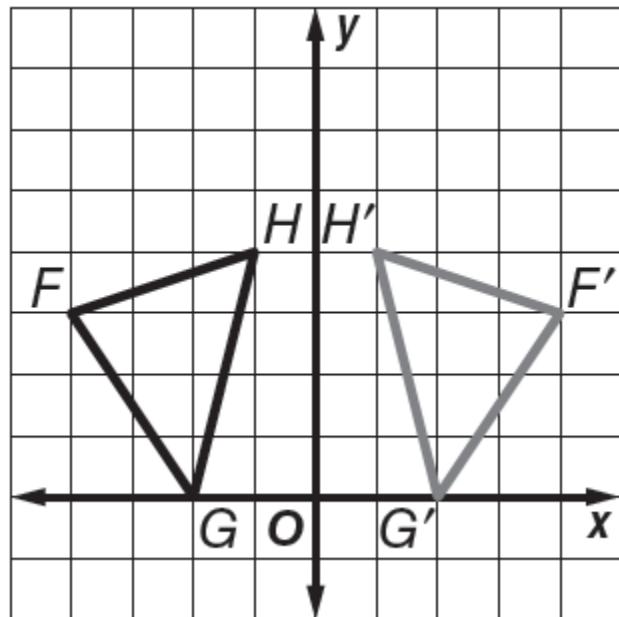
دوران أو انعكاس

اختبار منتصف الفصل *

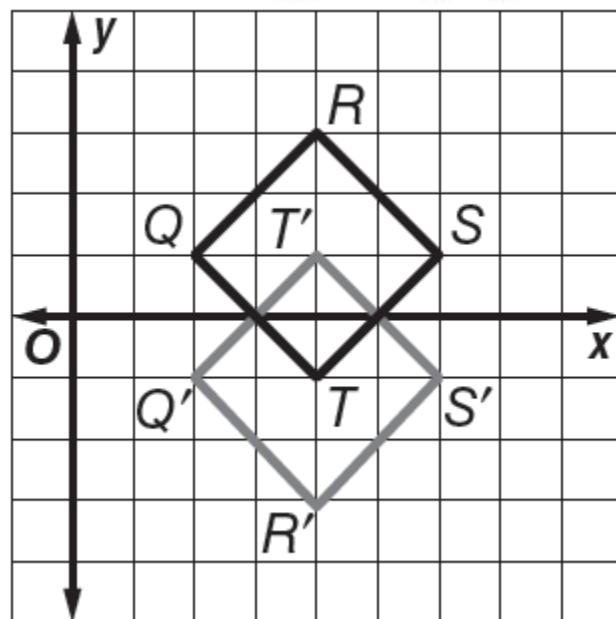
ارسم صورة كلٌ من الشكلين الآتيين بالانعكاس حول المستقيم المعطى.



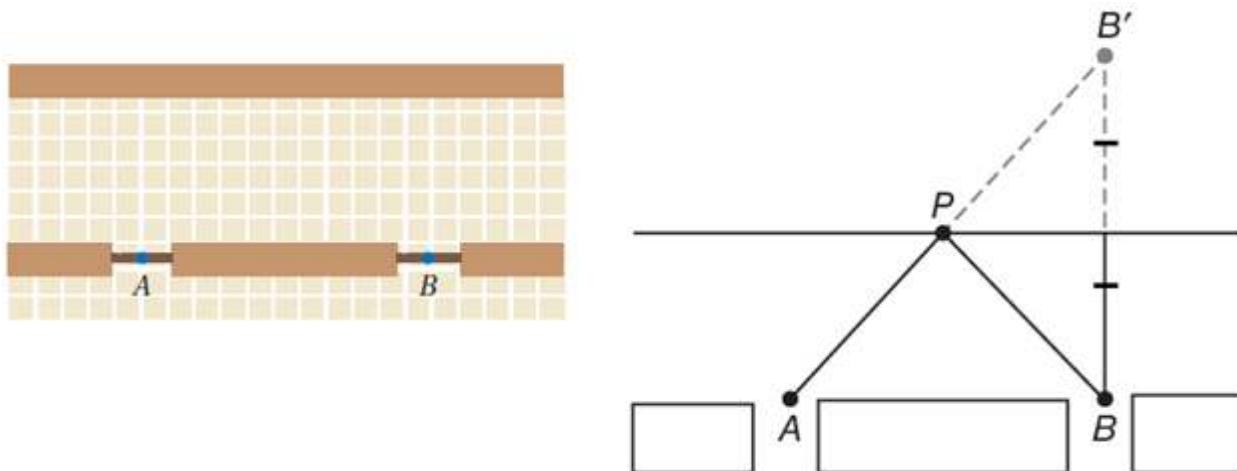
مثل كلاً من الشكلين الآتيين بيانياً، ثم ارسم صورة كل منها بالانعكاس المحدد:
 (3) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(-4, 3)$, $G(-2, 0)$, $H(-1, 4)$
 بالانعكاس حول المحور y .



(4) المعين $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(2, 1)$, $R(4, 3)$, $S(6, 1)$, $T(4, -1)$
 بالانعكاس حول المحور x .

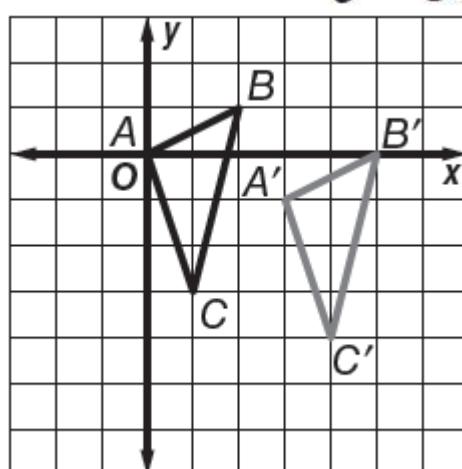


(5) احتفالات: وضع المشرفون على احتفال المدرسة طاولة قرب الحائط المقابل للمدخلين A , B لقاعة الاحتفال؛ لتقديم بعض الحلوي للحضور بعد نهاية الاحتفال. حدد موقع النقطة P التي تمثل موقع الطاولة، بحيث يسير الأشخاص الذين يعبرون من المدخل A أو المدخل B المسافة نفسها حتى يصلوا إلى الطاولة مستخدماً الانعكاس.

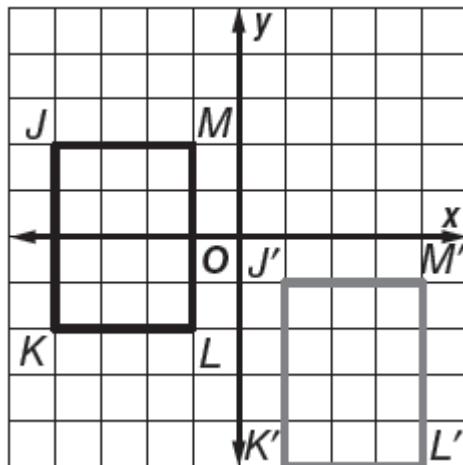


رسم \overline{AB} بحيث $'B'$ صورة النقطة B بالانعكاس حول الحائط، ثم أصل $'AB'$ فيكون $'AP + PB'$ أقل ما يمكن

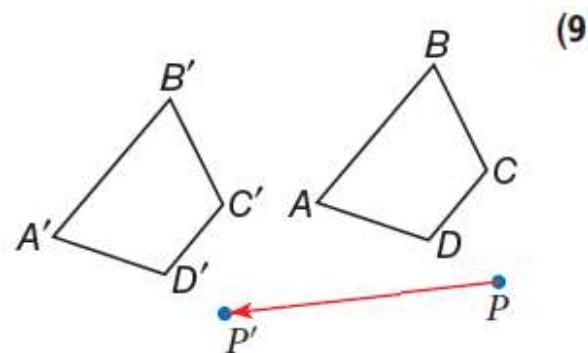
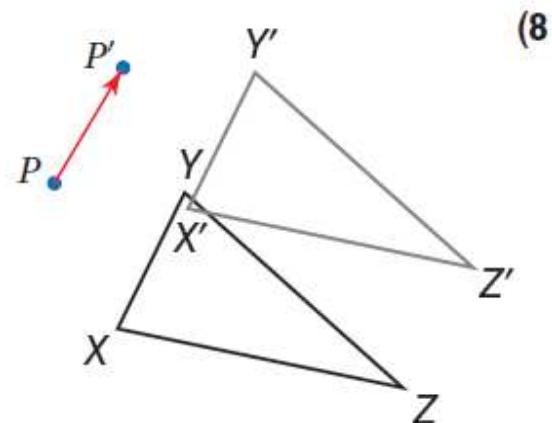
مثل بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍ من السؤالين الآتيين:
(6) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه:
 $A(0, 0)$, $B(2, 1)$, $C(1, -3)$
 إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل.



(7) المستطيل $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه:
 $J(-4, 2), K(-4, -2), L(-1, -2), M(-1, 2)$
إزاحة مقدارها 5 وحدات إلى اليمين و3 وحدات إلى أسفل.

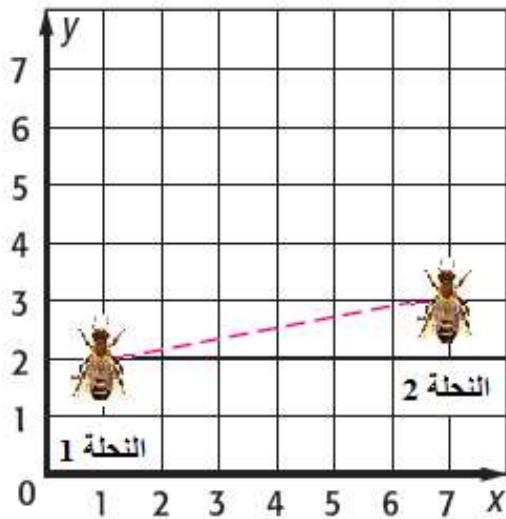


رسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة P إلى P' في كل من السؤالين الآتيين.



(10) **قصص مصورة:** يكتب سامي

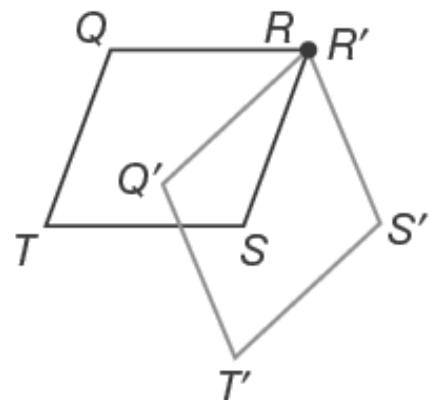
قصة مصورة وهو يستعمل ورق
الرسم البياني؛ ليتأكد من أن
قياسات الأشكال التي يرسمها
دقيقة. إذا رسم مستوى إحداثياً
ونحلتين كما في الشكل
المجاور، فما الإزاحة التي تنقل
النحلة 1 إلى موقع النحلة 2؟



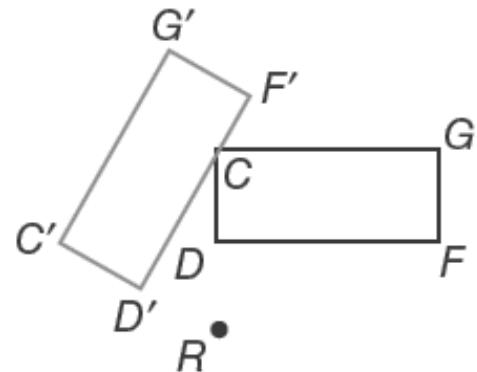
6- وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أعلى

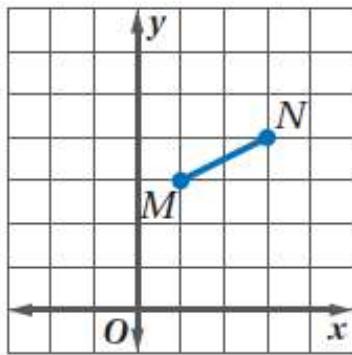
استعمل منقلةً ومسطرةً، لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول
النقطة R بالزاوية المحددة في كلٍ من السؤالين الآتيين:

45° (11)



60° (12)





(13) اختيار من متعدد: ما صورة النقطة M

الناتجة عن الدوران بزاوية 90° حول
نقطة الأصل؟

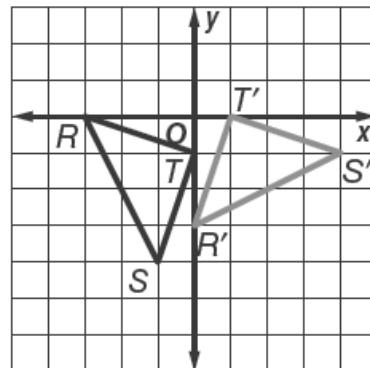
- | | | | |
|------------|----------|------------|----------|
| $(-1, -3)$ | C | $(-3, 1)$ | A |
| $(3, 1)$ | D | $(-3, -1)$ | B |

ال اختيار الصحيح: **(-3, 1) A**

مثل بيانياً الشكل وصوريته الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل
بزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:

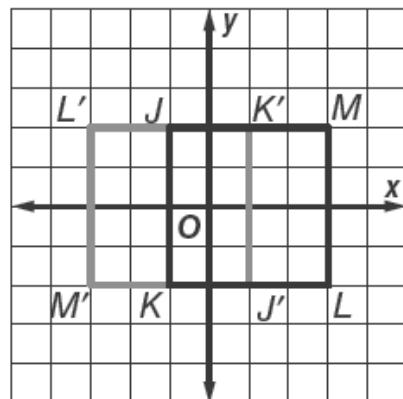
(14) $\triangle RST$ الذي إحداثيات رؤوسه:

90° , $R(-3, 0)$, $S(-1, -4)$, $T(0, -1)$



(15) المربع $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه:
 $J(-1, 2)$, $K(-1, -2)$, $L(3, -2)$, $M(3, 2)$

وزاوية دورانه 180°



استكشاف: معمل 7-4 المحاسبة البيانية: تركيب التحويلات الهندسية

تحليل النتائج:

- 1) ما العلاقة بين الشكل الأصلي والشكل النهائي؟
الشكلاں متطابقان ولهمما الاتجاه نفسه.
- 2) ما التحويل الهندسي الذي يمكن استعماله للحصول على الشكل النهائي؟
الإزاحة
- 3) ماذا يحدث إذا حركت المستقيم m ؟ وماذا يحدث إذا حركت المستقيمين m و n ؟
إذا حركت المستقيم m ، فستتحرك صورتا الشكل بالعكس، أما إذا حركت المستقيمين m و n ، فستتحرك الصورة النهائية فقط.
- 4) **خمن:** إذا أجري انعكاس لهذا الشكل حول مستقيمي ثالث، فما التحويل الهندسي الواحد الذي يمكن أن يستعمل للحصول على الشكل النهائي؟ وضح إجابتك.
بما أنه سيكون اتجاه الشكل عكس اتجاهه الأصلي فيمكن استعمال انعكاس أو دوران لإنتاج الشكل النهائي بتحويل هندسي واحد.
- 5) كرر هذا النشاط مع مستقيمين متعامدين. ما التحويل الهندسي الذي يمكن أن يستعمل للحصول على الشكل النهائي؟
يمكن استعمال دوران بزاوية 180° حول نقطة التقاطع لإنتاج الشكل النهائي بتحويل هندسي واحد.

٦) **خمن:** إذا أجريت انعكاساً للشكل الناتج في السؤال ٥ حول مستقيم ثالث يعمد المستقيم الثاني، فما التحويل الهندسي الواحد الذي يمكن أن يستعمل لإنتاج الشكل النهائي؟ وضح إجابتك.

سوف يتطلب الأمر أن تستعمل الدوران لإنتاج الشكل النهائي بتحويل هندسي واحد لأن اتجاه الشكل النهائي لن يكون مماثلاً لاتجاه الشكل الأصلي.

تركيب التحويلات الهندسية

7-4

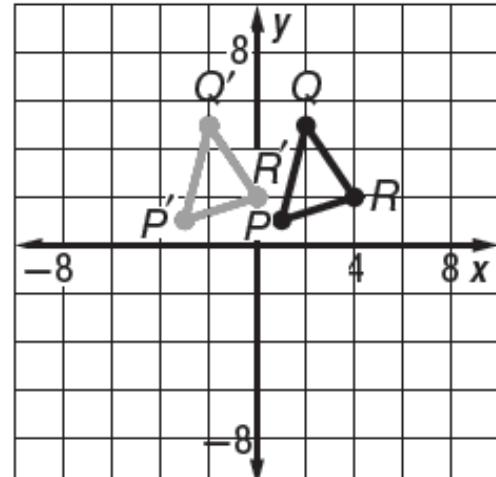
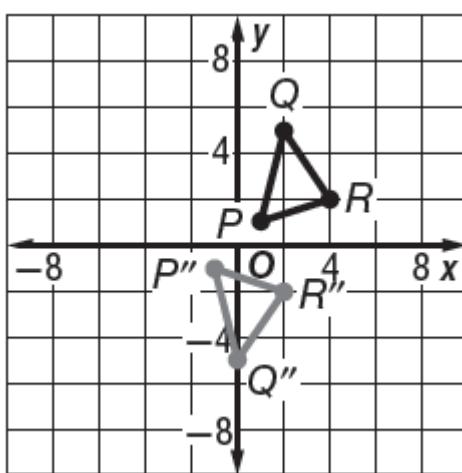
تحقق

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1)$, $Q(2, 5)$, $R(4, 2)$ ، مثل بيانياً إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1)$, $Q(2, 5)$, $R(4, 2)$ ، مثل بيانياً وصورة الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

. 1A) إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار، ثم انعكاس حول المحور x .

الدوران

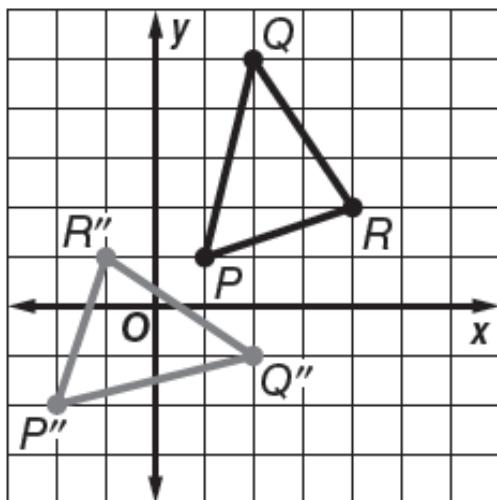
الإزاحة



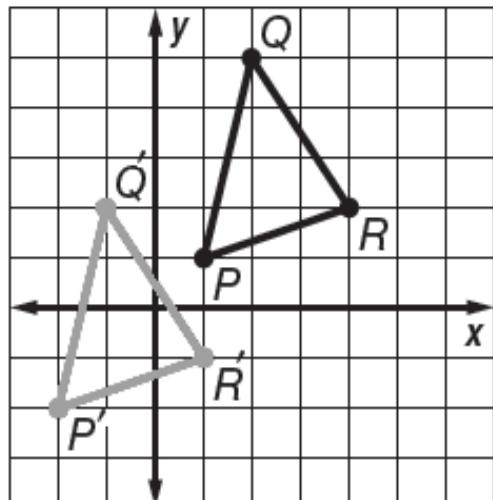
1B) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى أسفل و 3 وحدات إلى اليسار، ثم

انعكاس حول المستقيم $y = x$.

الدوران

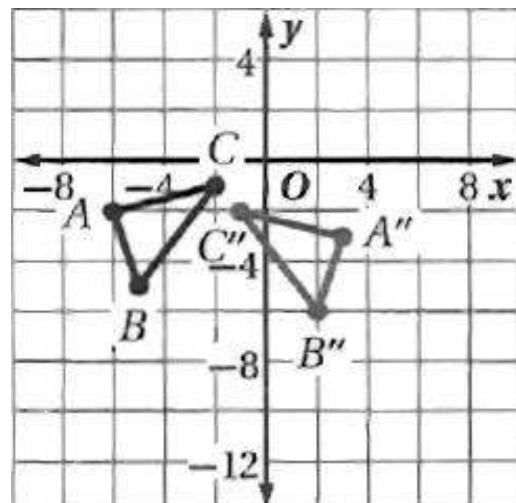


الإزاحة

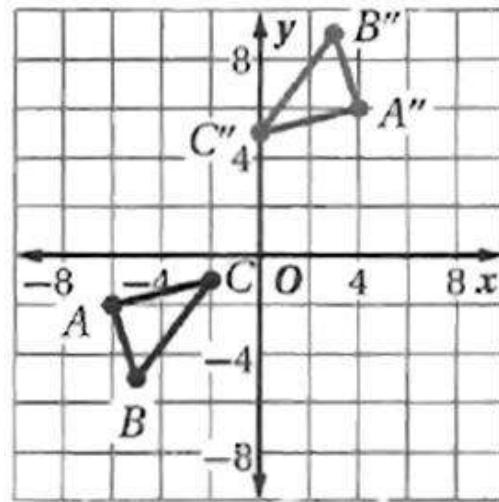


إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(-6, -2)$, $B(-5, -5)$, $C(-2, -1)$ مثل بيانياً $\triangle ABC$ وصورته الناتجة عن تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدد في كلٍ من السؤالين الآتيين:

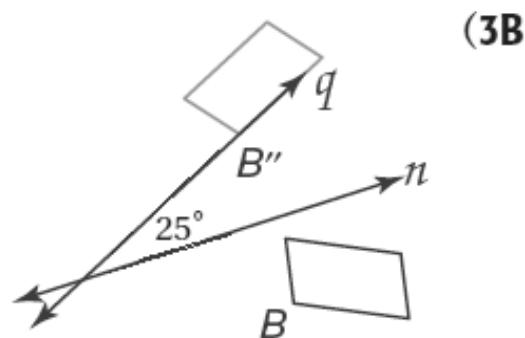
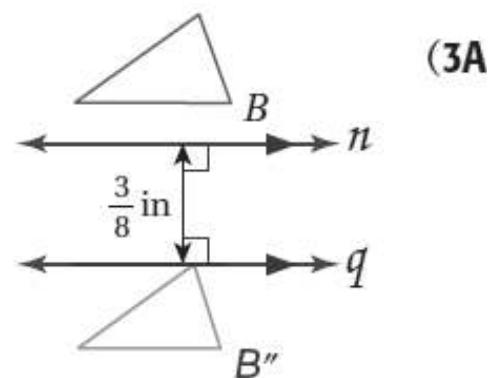
2A) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور y .



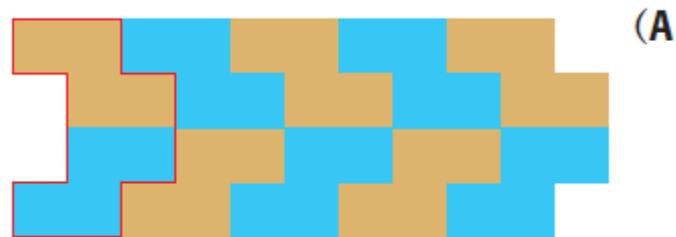
(2B) دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل، ثم إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار و4 وحدات إلى أعلى.



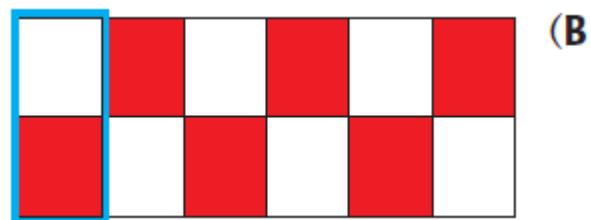
ارسم صورة الشكل B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم n ثم حول المستقيم q ، ثم صِفْ تحويلاً هندسياً واحداً ينقل B إلى B'' .



4) سجاد: صِفْ تحويلاً هندسياً مركباً يمكن استعماله لتكوين النمط في كل ممّا يأتي:



تركيب انعكاس وإزاحة



تركيب انعكاس وإزاحة

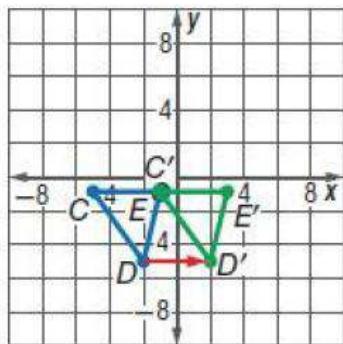
تأكد:

إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي: $C(-5, -1), D(-2, -5), E(-1, -1)$ هي مثل بيانياً $\triangle CDE$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كلٌ من السؤالين الآتيين :

(1) إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى اليمين، ثم انعكاس حول المحور x

الإزاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x+4, y)$$

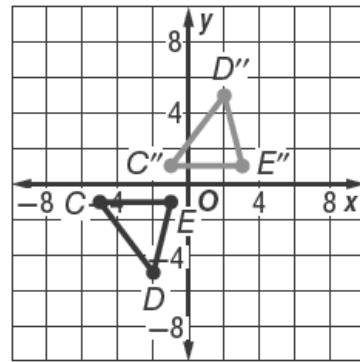
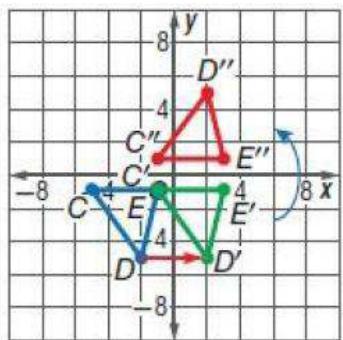


$$\begin{aligned} C(-5, -1) &\rightarrow C'(-1, -1) \\ D(-2, -5) &\rightarrow D'(2, -5) \\ E(-1, -1) &\rightarrow E'(3, -1) \end{aligned}$$

الانعكاس:

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

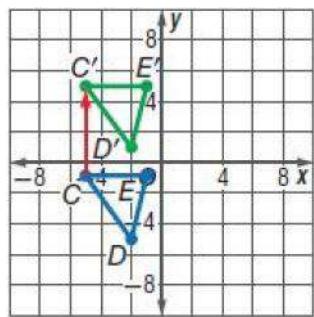
$$\begin{aligned} C'(-1, -1) &\rightarrow C''(-1, 1) \\ D'(2, -5) &\rightarrow D''(2, 5) \\ E'(3, -1) &\rightarrow E''(3, 1) \end{aligned}$$



(2) إزاحة مقدارها 6 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور y

الإزاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x, y+6)$$

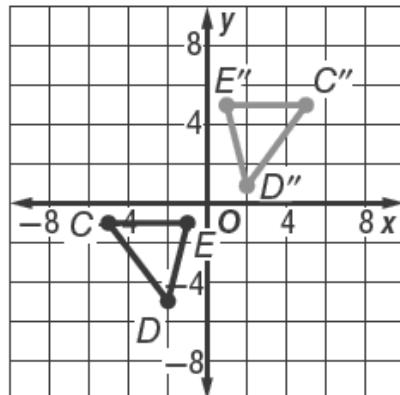
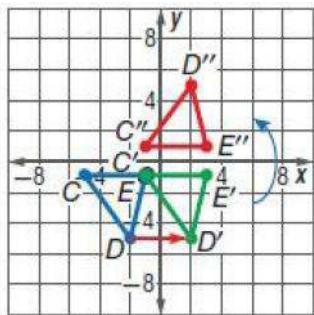


$$\begin{aligned} C(-5, -1) &\rightarrow C'(-5, 5) \\ D(-2, -5) &\rightarrow D'(-2, 1) \\ E(-1, -1) &\rightarrow E'(-1, 5) \end{aligned}$$

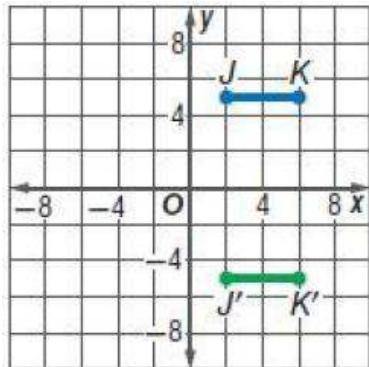
الانعكاس:

$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$

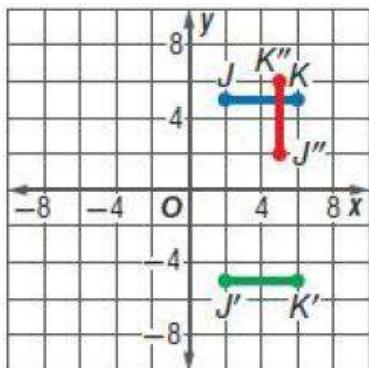
$$\begin{aligned} C'(-5, 5) &\rightarrow C''(5, 5) \\ D'(-2, 1) &\rightarrow D''(2, 1) \\ E'(-1, 5) &\rightarrow E''(1, 5) \end{aligned}$$



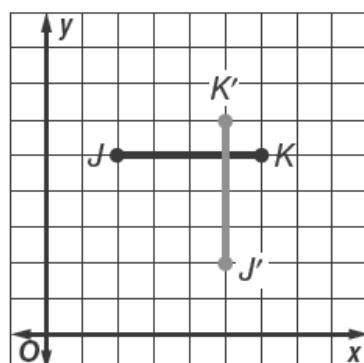
(3) إحداثيات طرفي \overline{JK} هما $J(2, 5)$, $K(6, 5)$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ، ثم دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل.



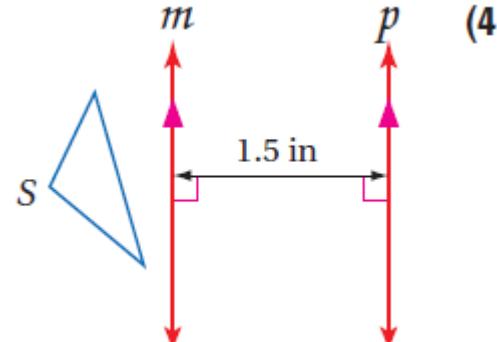
الانعكاس حول المحور x
 $(x, y) \rightarrow (x, -y)$
 $J(2, 5) \rightarrow J'(2, -5)$
 $K(6, 5) \rightarrow K'(6, -5)$



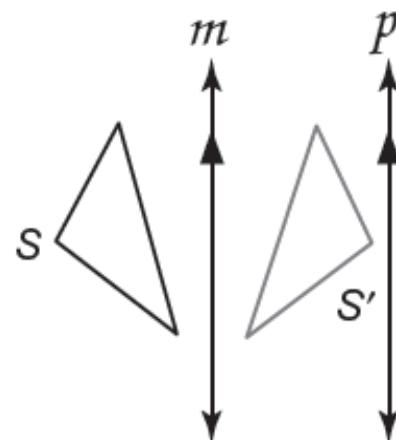
الدوران 90° حول نقطة الأصل
 $(x, y) \rightarrow (-y, x)$
 $J'(2, -5) \rightarrow J''(5, 2)$
 $K'(6, -5) \rightarrow K''(5, 6)$



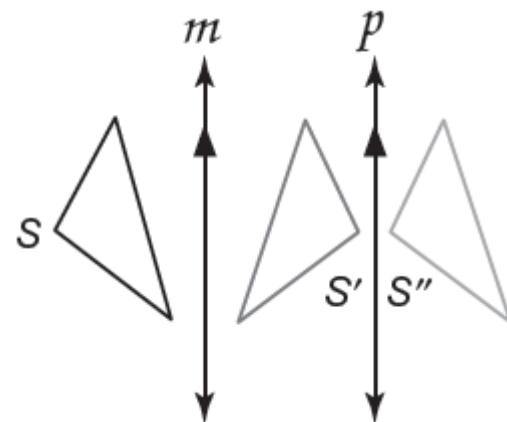
ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاس حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ،
ثم صِفْ تحويلاً هندسياً واحداً ينقل S إلى S'' .



الانعكاس الأول حول المستقيم m



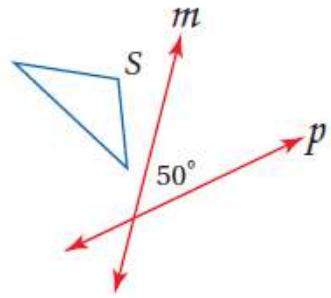
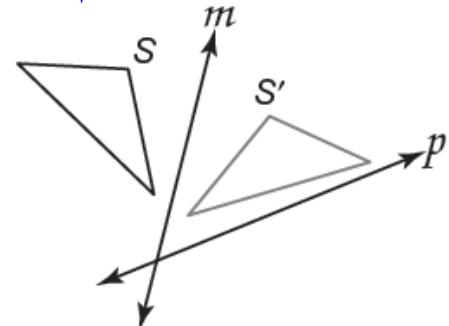
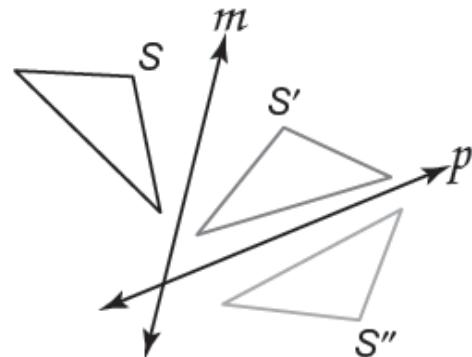
الانعكاس الثاني حول المستقيم p



نلاحظ بعد الانعكاسين وبنطبيق النظرية 9.2 يكون مكافئ للإزاحة الافقية لليمين

$$2 \times 1.5 = 3 \text{ in.}$$

(5)

انعكاس S حول المستقيم m انعكاس S حول المستقيم p 

نلاحظ بعد الانعكاسين وبنطبيق النظرية 9.3 يكون مكافئ لدوران في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة تقاطع المستقيمين m, l



6) **أنماط البلاط:** صنع راشد نمطاً من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صِف التحويل الهندسي المركب الذي يمكن استعماله لتكون هذا النمط.

أنماط البلاط: انعكاس وإزاحة

تدريب و حل المسائل:

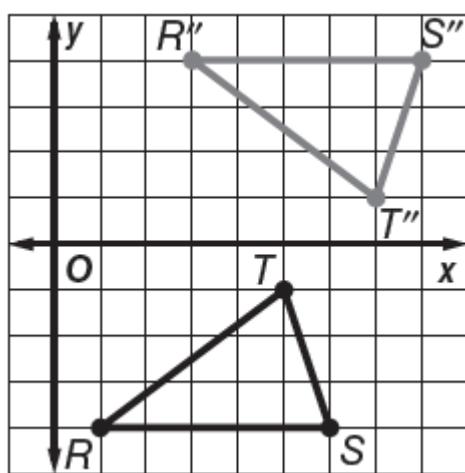


مثلَ بيانِيًّا الشكل وصُورته الناتجة عن التحويل المركب المحدَّد في كُلِّ ممَّا يأتي :

، $R(1, -4)$, $S(6, -4)$, $T(5, -1)$ $\triangle RST$ (٧) الذي إحداثيات رؤوسه: إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليمين ثم انعكاس حول المحور x

الإزاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x + 2, y)$$



$$\begin{aligned} R(1, -4) &\rightarrow R'(3, -4) \\ S(6, -4) &\rightarrow S'(8, -4) \\ T(5, -1) &\rightarrow T'(7, -1) \end{aligned}$$

الانعكاس:

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$\begin{aligned} R'(3, -4) &\rightarrow R''(3, 4) \\ S'(8, -4) &\rightarrow S''(8, 4) \\ T'(7, -1) &\rightarrow T''(7, 1) \end{aligned}$$

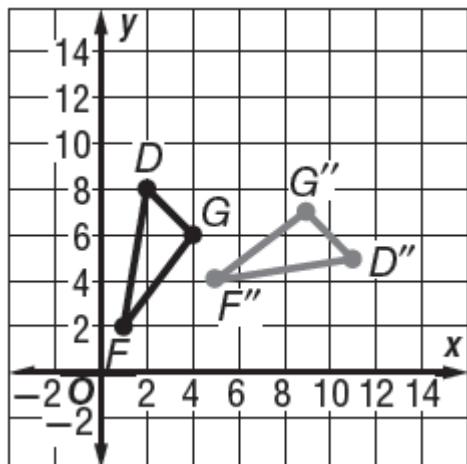
، $D(2, 8)$, $F(1, 2)$, $G(4, 6)$: $\triangle DFG$ (8)

ازاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين و3 وحدات إلى أعلى،

ثم انعكاس حول المستقيم $y = x$

الازاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x+3, y+3)$$



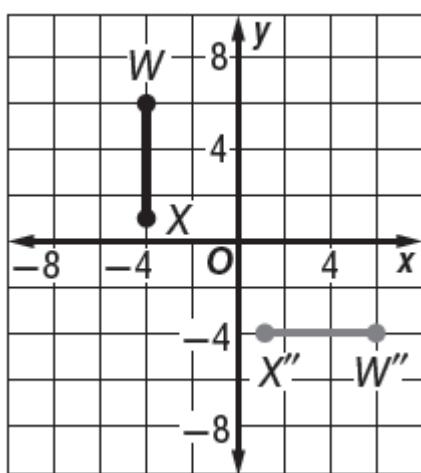
$$\begin{aligned} D(2, 8) &\rightarrow D'(5, 11) \\ F(1, 2) &\rightarrow F'(4, 5) \\ G(4, 6) &\rightarrow G'(7, 9) \end{aligned}$$

الانعكاس:

$$(x, y) \rightarrow (y, x)$$

$$\begin{aligned} D'(5, 11) &\rightarrow D''(11, 5) \\ F'(4, 5) &\rightarrow F''(5, 4) \\ G'(7, 9) &\rightarrow G''(9, 7) \end{aligned}$$

مثل بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن التحويل المركب المحدد في كل مما يأتي: (9)
، حيث \overline{WX} ، انعكاس حول المحور x
ثم دواران بزاوية 90° حول نقطة الأصل.



الانعكاس:

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

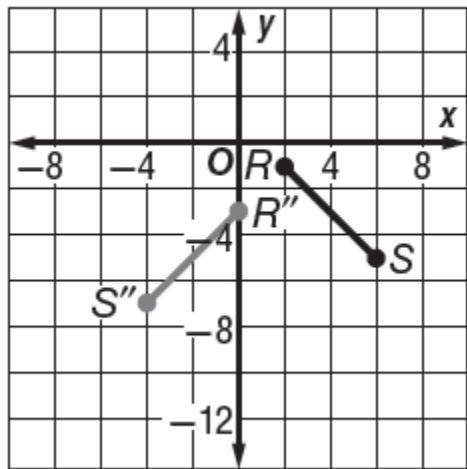
$$\begin{aligned} W(-4, 6) &\rightarrow W'(-4, -6) \\ X(-4, 1) &\rightarrow X'(-4, -1) \end{aligned}$$

الدوران:

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

$$\begin{aligned} W'(-4, -6) &\rightarrow W''(6, -4) \\ X'(-4, -1) &\rightarrow X''(1, -4) \end{aligned}$$

إذاً \overline{RS} ، حيث $R(2, -1)$, $S(6, -5)$ ، إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدتان إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور y الآلازحة:



$$(x, y) \rightarrow (x-2, y-2)$$

$$R(2, -1) \rightarrow R'(0, -3)$$

$$S(6, -5) \rightarrow S'(4, -7)$$

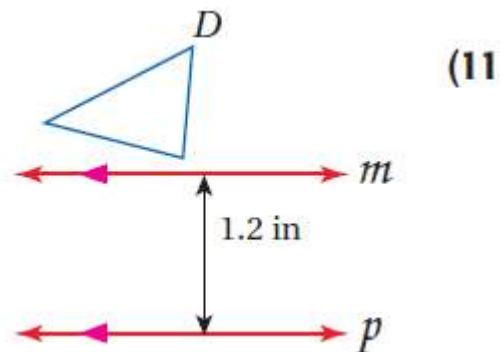
الانعكاس:

$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$

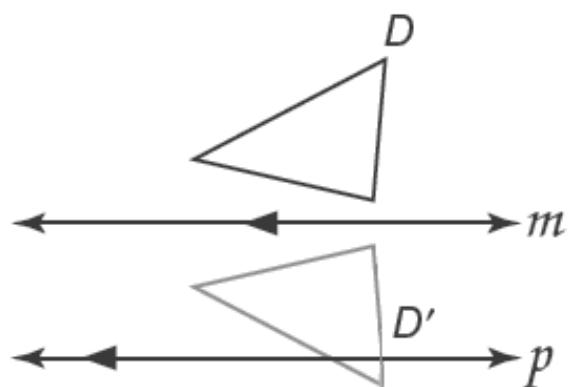
$$R'(0, -3) \rightarrow R''(-2, -3)$$

$$S'(4, -7) \rightarrow S''(-4, -7)$$

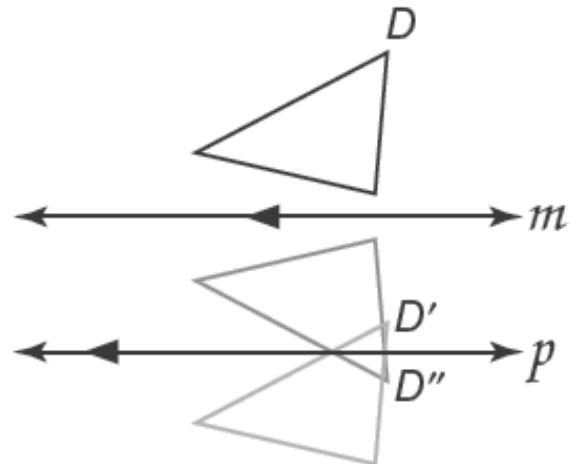
ارسم صورة الشكل D الناتجة عن انعكاس حول المستقيم m ثم حول المستقيم p . ثم صِفْ تحويلًا هندسياً واحداً ينقل D إلى D'' .



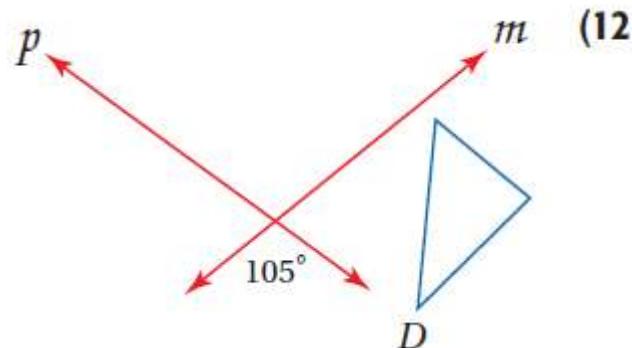
انعكاس D حول المستقيم m حول المستقيم



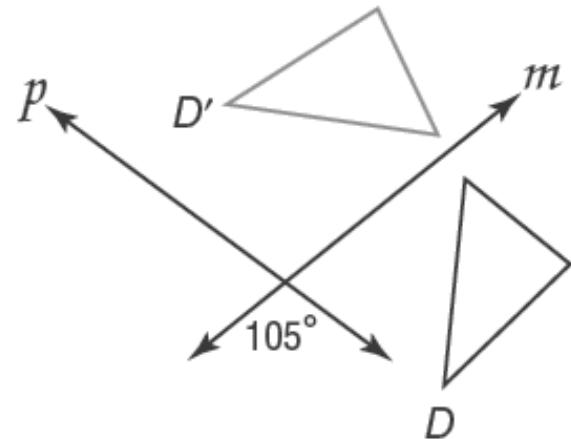
انعكاس D' حول المستقيم p



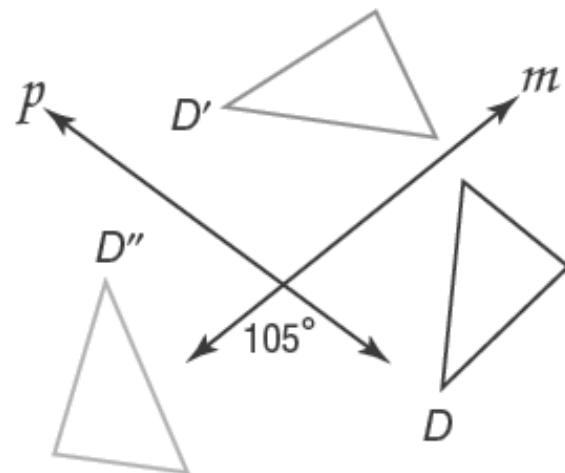
نلاحظ بعد الانعكاسين وبتطبيق النظرية 9.2 يكون مكافئ للازاحة الرأسية
للأسفل $2 \times 1.2 = 2.4$ in.



الانعكاس D حول المستقيم m

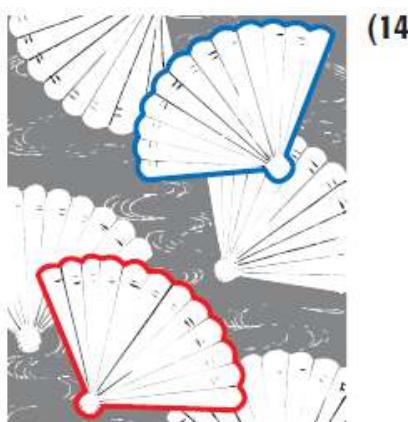


انعكاس' D' حول المستقيم p

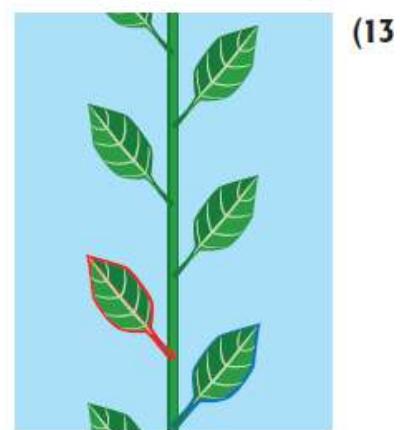


نلاحظ بعد الانعكاسين وبتطبيق النظرية 9.3 يكون مكافئ
للدوران $2 \times 105^\circ = 210^\circ$ في عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة تقاطع
المستقيمين m, p

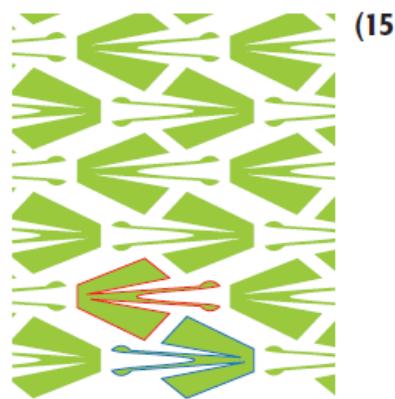
صف تحويلاً هندسياً مركباً يمكن استعماله لتكوين نمط الأقمشة في كلٌّ مما يأتي:



انعكاس و ازاحة

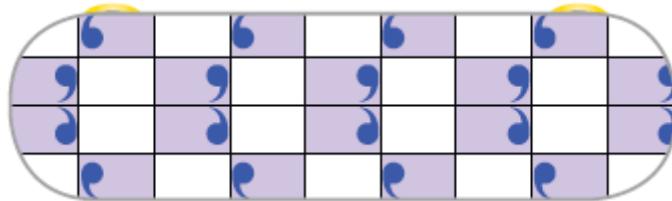


الإزاحة



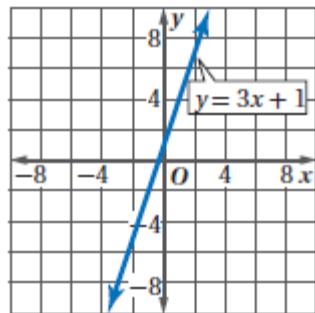
دوران

16) زلاجات: رسم صالح على زلاجته نمطاً، ما التحويل الهندسي المركب الذي استعمله صالح لرسم هذا النمط؟



ازاحتان

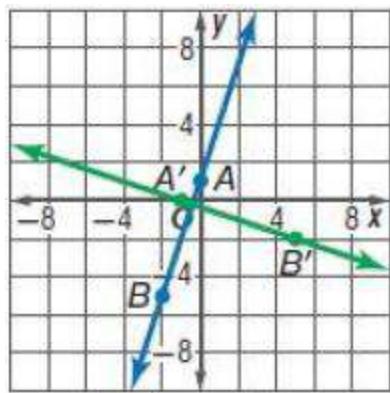
جبر: مثل بيانيًّا صورة كلٌ من الشكلين الآتيين الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد:



(17) دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل انعكاس حول المحور x
بتعریف نقطتين على المستقيم $y = 3x + 1$
بفرض النقطة A (0, 1) و النقطة B (-2, -5)
الدوران حول نقطة الأصل
 $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

$$\begin{aligned} A(0, 1) &\rightarrow A'(-1, 0) \\ B(-2, -5) &\rightarrow B'(5, -2) \end{aligned}$$

إيجاد المعادلة باستخدام النقطتين



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-2 - 0}{5 - (-1)}$$

$$m = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -\frac{1}{3}[x - (-1)]$$

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

انعكاس المستقيم حول المحور x

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$A'(-1, 0) \rightarrow A''(-1, 0)$$

$$B'(5, -2) \rightarrow B''(5, 2)$$

إيجاد المعادلة باستخدام النقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

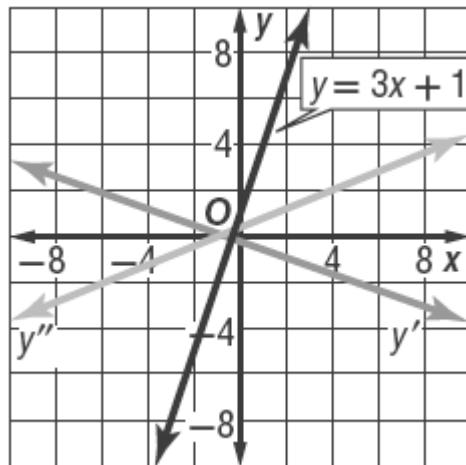
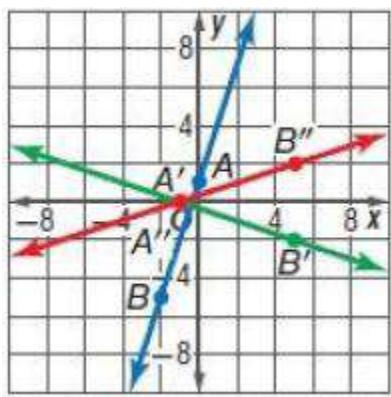
$$m = \frac{2 - 0}{5 - (-1)}$$

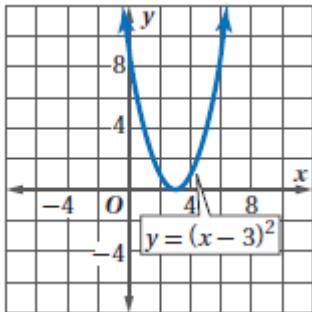
$$m = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{1}{3}[x - (-1)]$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$





(18) انعکاس حول المحور x انعکاس حول المحور y

باختيار عدة نقاط على منحنى الدالة التربيعية

$$y = (x - 3)^2$$

$A(3,0), B(4,1), C(5,4), D(6,9), E(0,9), F(1,4), G(2,1)$

الانعکاس حول المحور x

$$(x, y) \Rightarrow (x, -y)$$

$$A(3, 0) \Rightarrow A'(3, 0)$$

$$B(4, 1) \Rightarrow B'(4, -1)$$

$$C(5, 4) \Rightarrow C'(4, -5)$$

$$D(6, 9) \Rightarrow D'(6, -9)$$

$$E(0, 9) \Rightarrow E'(0, -9)$$

$$F(1, 4) \Rightarrow F'(1, -4)$$

$$G(2, 1) \Rightarrow G'(2, -1)$$

$$\text{المعادلة التربيعية بعد الانعکاس } y = -(x - 3)^2$$

انعکاس حول المحور y

$$(x, y) \Rightarrow (-x, y)$$

$$A'(3, 0) \Rightarrow A''(-3, 0)$$

$$B'(4, -1) \Rightarrow B''(-4, -1)$$

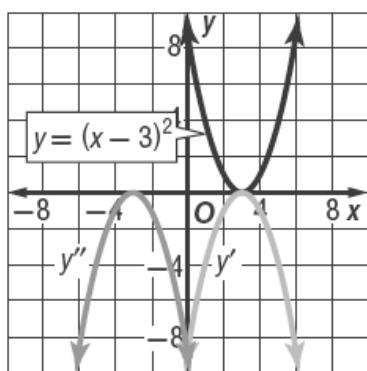
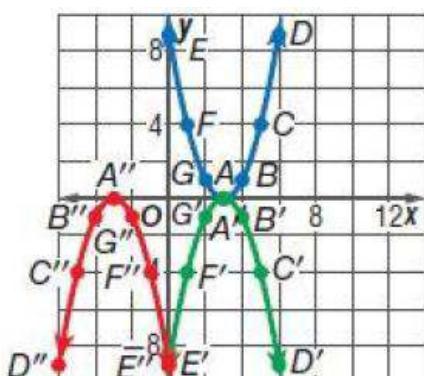
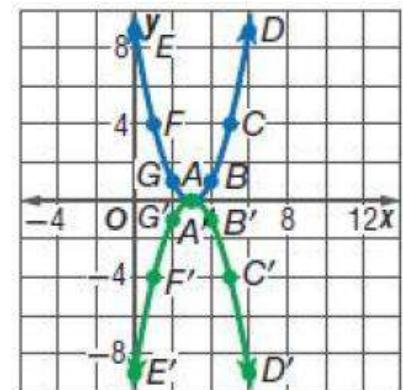
$$C'(4, -5) \Rightarrow C''(-4, -5)$$

$$D'(6, -9) \Rightarrow D''(-6, -9)$$

$$E'(0, -9) \Rightarrow E''(-0, -9)$$

$$F'(1, -4) \Rightarrow F''(-1, -4)$$

$$G'(2, -1) \Rightarrow G''(-2, -1)$$



$$\text{المعادلة التربيعية بعد الانعکاس } y = -(x + 3)^2$$

(19) أوجد إحداثيات رؤوس $\triangle A''B''C''$ الناتج عن انعكاس حول المحور x ثم دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل للمثلث $\triangle ABC$ الذي إحداثيات

رؤوسه هي: $A(-3, 1), B(-2, 3), C(-1, 0)$

الانعكاس حول المحور x

$$(x, y) \Rightarrow (x, -y)$$

$$A(-3, 1) \Rightarrow A'(-3, -1)$$

$$B(-2, 3) \Rightarrow B'(-2, -3)$$

$$C(-1, 0) \Rightarrow C'(-1, 0)$$

لدوران النقطة 180° في اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل

$$(x, y) \Rightarrow (-x, -y)$$

$$A'(-3, -1) \Rightarrow A''(3, 1)$$

$$B'(-2, -3) \Rightarrow B''(2, 3)$$

$$C'(-1, 0) \Rightarrow C''(1, 0)$$

الإجابة: $A''(3, 1), B''(2, 3), C''(1, 0)$

(20) **برهان:** اكتب برهاناً حراً للحالة الآتية من نظرية 7.1 تركيب تحويلات التطابق.

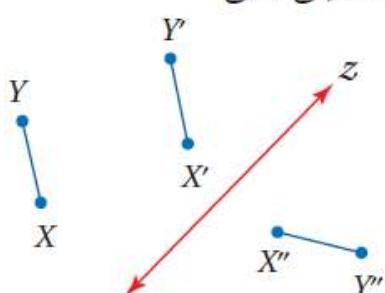
المعطيات: تنقل الإزاحة بمقدار a وحدة إلى اليمين و b وحدة إلى أعلى

النقطة X إلى X' والنقطة Y إلى Y' .

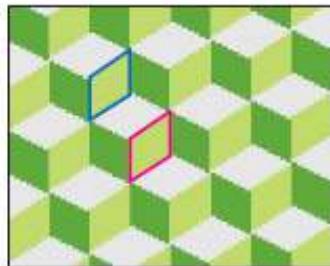
وينقل الانعكاس حول المستقيم z النقطة X'

إلى X'' والنقطة Y إلى Y'' .

المطلوب: $\overline{XY} \cong \overline{X''Y''}$



تعلم أن الإزاحة بمقدار a وحدة إلى اليمين و b وحدة إلى الأعلى تنقل X إلى X' وتنتقل Y إلى Y' . ومن تعريف الإزاحة نعلم أن النقطتين X و Y تحركتا المسافة نفسها بالاتجاه نفسه ولذلك فإن $XY = X'Y'$ كما نعلم أن الانعكاس حول المستقيم z ينقل X' إلى X'' وينقل Y' إلى Y'' . وباستعمال تعريف انعكاس، فإن X' و X'' على بعدين متساوين من المستقيم z ، وكذلك Y' و Y'' على بعدين متساوين من المستقيم z . إذن $X'Y' = X''Y''$. ومن خاصية التعدي للتطابق ينتج أن $XY = X''Y''$.



(21) **حياكه:** تحريك خولة منديلاً باستعمال النمط الظاهر في الشكل المجاور، صف تركيب التحويلاط الهندسية الذي تستعمله خولة لإنشاء هذا النمط.

تركيب انعكاسين

آثار الأقدام: استعن بمعلومات الربط مع الحياة، وصف التحويل المركب من إزاحة وانعكاس الذي يمكن استعماله للتنبؤ بموقع أثر القدم اللاحق في كل من السؤالين الآتيين:

الربط مع الحياة

طول خطوة الحيوان يساوي المسافة بين أثري قدم متتاليين. فمتوسط طول خطوة طائر الحبش in 11 تقريرًا، ومتوسط طول خطوة البطة in 5 تقريرًا.

(22) طائر الحبش



إزاحة بمقدار 5.5 وحدات إلى اليمين وانعكاس حول المستقيم الذي يفصل الآثار اليمنى عن اليسرى.

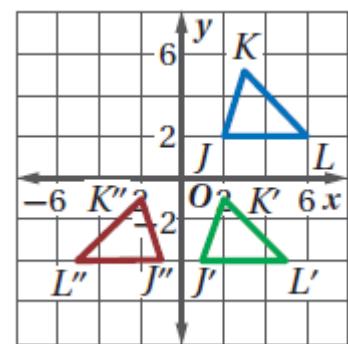
(23) البطة



إزاحة بمقدار 2.5 وحدة إلى اليمين وانعكاس حول المستقيم الذي يفصل الآثار اليمنى عن اليسرى

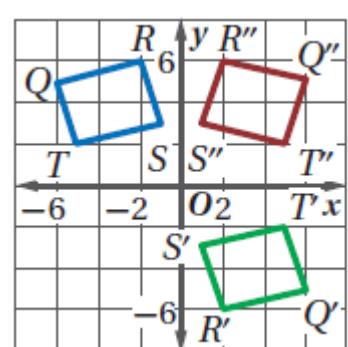
صف التحويل الهندسي المركب الذي ينقل الشكل الأزرق إلى النبي في كلٍ من السؤالين الآتيين:

(24)



إزاحة وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x-1, y-6)$ وانعكاس حول المحور y .

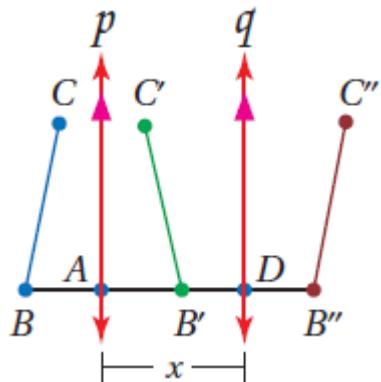
(25)



دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل وانعكاس حول المحور x .

(26) **برهان:** اكتب برهاناً حراً للنظرية 7.2

المعطيات: ينقل الانعكاس حول المستقيم p القطعة \overline{BC} إلى $\overline{B'C'}$. وينقل الانعكاس حول المستقيم q القطعة $\overline{B'C'}$ إلى $\overline{B''C''}$.



$$p \parallel q, AD = x$$

$$\overline{BB''} \perp p, \overline{BB''} \perp q \text{ (a)}$$

$$\overline{BB''} = 2x \text{ (b)}$$

العبارات (المبررات):

1) ينقل الانعكاس حول المستقيم p النقطة B إلى B' ؛ وينقل الانعكاس حول المستقيم q النقطة B' إلى B'' ؛ وبما أن $p \parallel q$ ، فإن $\overleftrightarrow{BB''}$ يعادل كلاً من المستقيمين p, q أي أن B, B', B'' واقعة على استقامة واحدة. ومن تعريف الانعكاس نعلم أن A نقطة متتصف $\overline{BB'}$ و $\overline{BB''}$ ، إذن $\overline{DB''} \cong \overline{DB}$ أي أن $\overline{BA} \cong \overline{AB'}$ ؛ $\overline{B'D} \cong \overline{DB''}$ ، حسب تعريف التطابق، ولكن $\overline{BB''} = \overline{BA} + \overline{AB'} + \overline{B'D} + \overline{DB''}$ حسب مسلمة جمع القطع المستقيمة. وبالتعويض

$$BB'' = AB' + AB' + B'D + B'D$$

$$BB'' = 2AB' + 2B'D$$

$$BB'' = 2(AB' + B'D)$$

$$\text{وبما أن } x = AB' + B'D \text{ فإن } BB'' = 2x$$

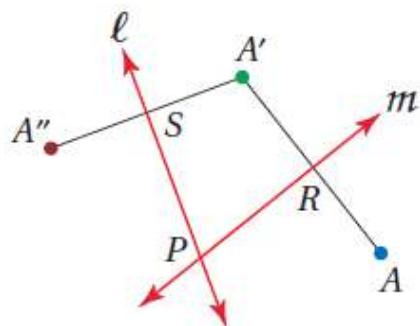
(27) **برهان:** اكتب برهاناً حراً للنظرية 7.3

المعطيات: يتقاطع المستقيمان ℓ , m في النقطة P .

نقطة لا تقع على أيٌ من المستقيمين ℓ أو m .

المطلوب: a) إذا أجري انعكاس للنقطة A حول المستقيم m ، ثم أجري انعكاس لصورتها حول المستقيم ℓ .
فإن "A'" تكون صورة A بدورانٍ حول النقطة P .

$$m\angle APA'' = 2(m\angle SPR) \quad (\text{b})$$



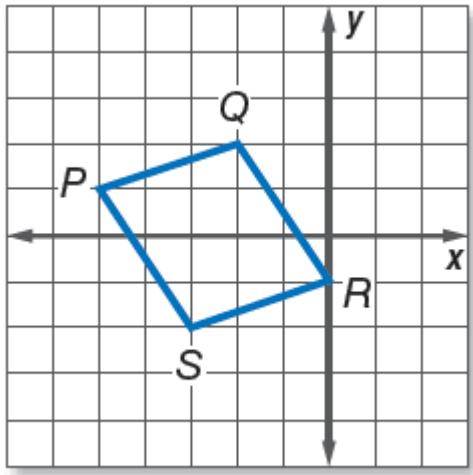
البرهان: نعلم أن المستقيمين ℓ و m يتقاطعان في النقطة P . وأن النقطة A لا تقع على أيٌ من المستقيمين ℓ أو m . عين A' صورة A بانعكاس النقطة A حول المستقيم m وعين " A'' صورة A' بانعكاس حول المستقيم ℓ . ومن تعريف الانعكاس يكون المستقيم m العمود المنصف للقطعة $\overline{AA'}$ عند النقطة R , ويكون المستقيم ℓ العمود المنصف للقطعة " $\overline{A'A''}$ عند النقطة S . $\overline{AR} \cong \overline{A'R}$ و $\overline{AS} \cong \overline{A''S}$ من تعريف العمود المنصف، وبما أنه يوجد مستقيم واحد يمر بأي نقطتين فيمكن أن ترسم القطع المساعدة $\overline{AP}, \overline{A'P}, \overline{A''P}$ وإن الزوايا $\angle ARP, \angle A'RP, \angle A''SP$ و $\angle A'SP, \angle A''RP$ زوايا قائمة من تعريف العمود المنصف. وكذلك $\overline{SP} \cong \overline{S'P}$ و $\overline{RP} \cong \overline{R'P}$ حسب خاصية الانعكاس. إذن. $\triangle A'SP \cong \triangle A''SP$ و $\triangle ARP \cong \triangle A'RP$ حسب مسلمة التطابق SAS . ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة فإن $\overline{AP} \cong \overline{A''P}$ ، $\overline{A'P} \cong \overline{A''P}$ ولذلك $\overline{AP} \cong \overline{A''P}$ حسب خاصية التعدي. ومن تعريف الدوران فإن " A'' هي صورة A بدورانٍ مركزه P .

وكذلك $\angle A'PS \cong \angle A''PS$ و $\angle APR \cong \angle A'PR$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة. ومن تعريف التطابق يكون $m\angle APR = m\angle A'PR$, $m\angle A'PS = m\angle A''PS$
 $m\angle APA'' = m\angle APR + m\angle A'PR + m\angle A'PS + m\angle A''PS$
 و $m\angle A'PS + m\angle A'PR = m\angle SPR$ حسب مسلمة جمع الزوايا إذن
 $m\angle A'PS + m\angle A'PS + m\angle A'PR + m\angle A'PR = m\angle APA''$
 . $m\angle APA'' = 2(m\angle A'PR + m\angle A'PS)$ وهذا يعني أن $m\angle APA'' = 2(m\angle SPR)$ بالتعويض ينتج أن

مسائل مهارات التفكير العلية:

(28) تحدّ: إذا أزيح الشكل $PQRS$ بمقدار 3 وحدات إلى اليمين ووحدةتين إلى أسفل، ثم عكست الصورة حول المستقيم $y = -1$ ، وبعد ذلك تم تدوير الصورة الجديدة بزاوية 90° حول نقطة الأصل، فما إحداثيات رؤوس الشكل الناتج $?P'''Q'''R'''S'''$ ؟

الازاحة



$$(x, y) \Rightarrow (x + 3, y - 2)$$

$$P(-5, 1) \Rightarrow P'(-2, -1)$$

$$Q(-2, 2) \Rightarrow Q'(1, 0)$$

$$R(0, -1) \Rightarrow R'(3, -3)$$

$$S(-3, -2) \Rightarrow S'(0, -4)$$

الانعكاس عند $y = -1$

$$P'(-2, -1) \Rightarrow P''(-2, -1)$$

$$Q'(1, 0) \Rightarrow Q''(1, -2)$$

$$R'(3, -3) \Rightarrow R''(3, 1)$$

$$S'(0, -4) \Rightarrow S''(0, 2)$$

الدوران 90° حول نقطة الأصل

$$(x, y) \Rightarrow (-y, x)$$

$$P''(-2, -1) \Rightarrow P'''(1, -2)$$

$$Q''(1, -2) \Rightarrow Q'''(2, 1)$$

$$R''(3, 1) \Rightarrow R'''(-1, 3)$$

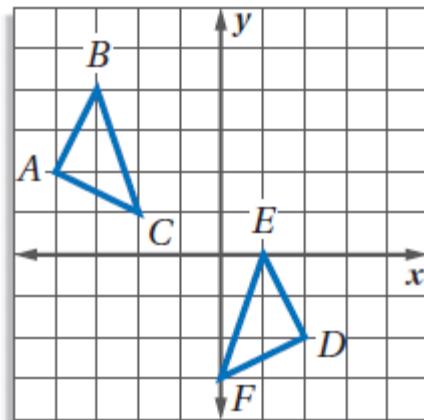
$$S''(0, 2) \Rightarrow S'''(-2, 0)$$

$P'''(1, -2)$ ، $Q'''(2, 1)$ ، $R'''(-1, 3)$ ، $S'''(-2, 0)$

(29) تبرير: إذا أجري انعكasan متعاقبان بشكل ما، أحدهما حول المستقيم $x = y$ والآخر حول المحور x ، فهل يؤثر ترتيب الانعكاسين في الصورة الناتجة؟ اشرح إجابتك.

نعم، إذا أجري انعكاس في المحور X للقطعة المستقيمة التي إحداثيات طرفيها (c, d) , (a, b) فإن إحداثيات طرفي صورتها هي $(-d, a)$, $(-b, c)$. وأما إذا أجري الانعكاس في المستقيم $y = x$ ، أولًا فإن إحداثيات طرفي الصورة الأولى (d, c) , (b, a) . وإذا أجري لهذه الصورة انعكاس في المحور x فإن إحداثيات طرفي الصورة النهائية هي $(-a, -c)$, (b, d) وهما مختلفان عن النتيجة النهائية في الحالة الأولى.

(30) مسألة مفتوحة: صُفْ تحويلاً هندسياً مركباً يمكن استعماله لتحويل $\triangle ABC$ إلى $\triangle DEF$ في الشكل المجاور.



يمكن إجراء إزاحة للمثلث ABC مقدارها 4 وحدات للأسفل ثم انعكاس للصورة حول المستقيم $x = -1$ لتكون DEF .

(31) تبرير: إذا أخضعت شكل ما للدورانين، فهل لترتيب الدورانين تأثير في موقع الصورة الناتجة دائمًا، أو أحياناً، أو ليس له تأثير أبداً؟
أحياناً، إجابة ممكنة: عندما يجرى دورانان على شكل ما، فليس لترتيبهما تأثير عندما يكون للدورانين المركز نفسه.

(32) اكتب: هل تبقى أي نقاط ثابتة في التحويلات الهندسية المركبة؟
وضح إجابتك.

لا توجد نقاط ثابتة في الإزاحة تحرك جميع النقاط. قد توجد في بعض التحويلات الهندسية المركبة نقطة ثابتة عند تدويره مرتين، أو انعكاسه مرتين.

تدريب على اختبار

(33) ما صورة النقطة A(4, 1) الناتجة عن انعكاس حول المستقيم $y = x$ ؟

(-1, 4) C

(1, -4) A

(-1, -4) D

(1, 4) B

ال اختيار الصحيح B

(34) إجابة قصيرة: إحداثيات طرفي \overline{CD} هما C(2, 4) و D(8, 7)، إذا أزيحت هذه القطعة المستقيمة بمقدار 6 وحدات إلى اليسار ووحدتين إلى أعلى، ثم عكست الصورة حول المحور y، فما إحداثيات "D"؟

الإزاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x - 6, y + 2)$$

$$D(8, 7) \rightarrow D'(2, 9)$$

الانعكاس حول المحور y

$$(x, y) \Rightarrow (-x, y)$$

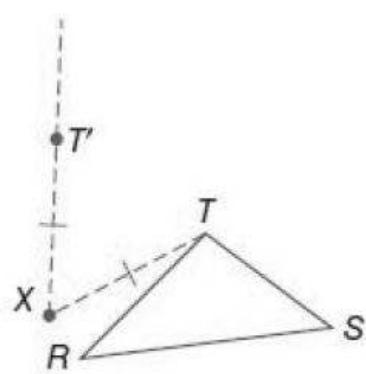
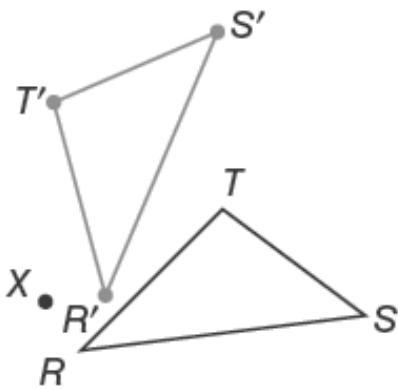
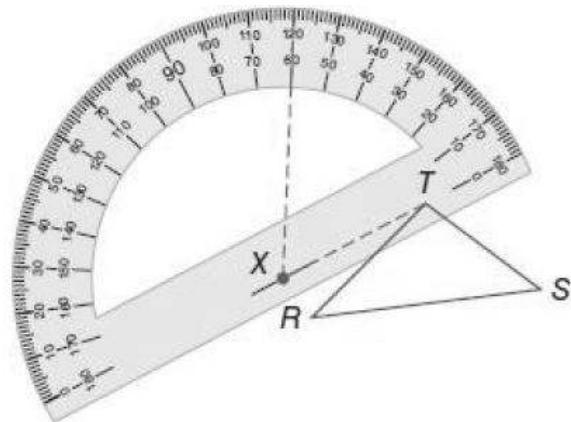
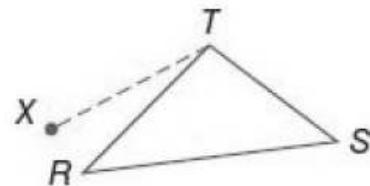
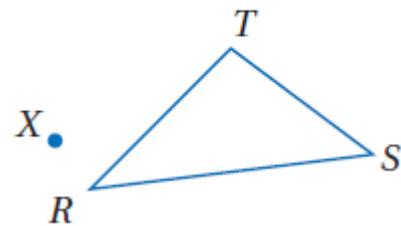
$$D'(2, 9) \Rightarrow D''(-2, 9)$$

الإحداثيات النقطة D''(-2, 9)

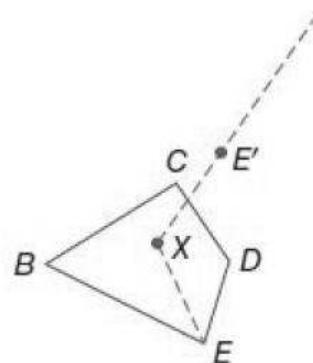
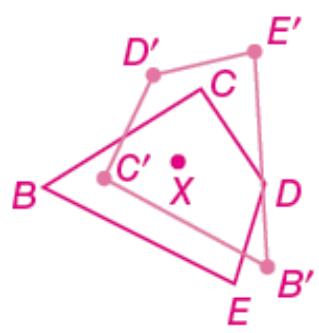
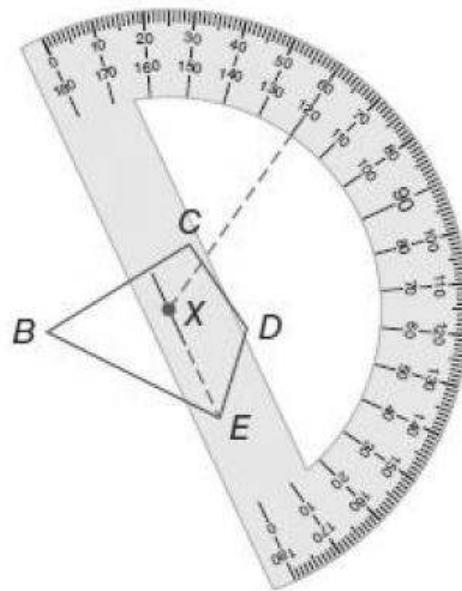
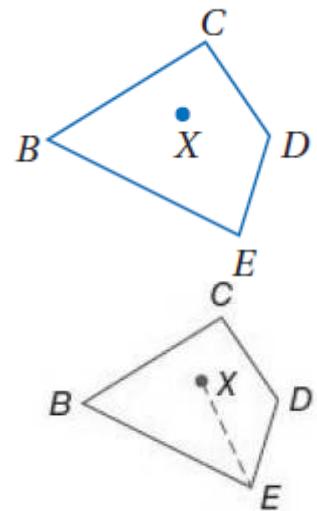
مراجعة تراكمية

استعمل منقلة ومسطرة؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة X بالزاوية المبينة في كلٍ مما يأتي:

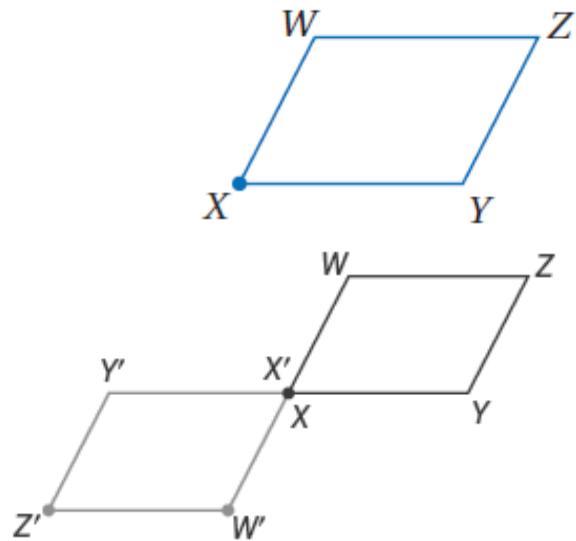
60° (35)



120° (36)



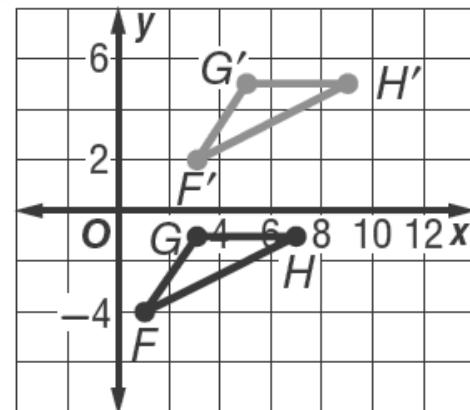
180° (37)



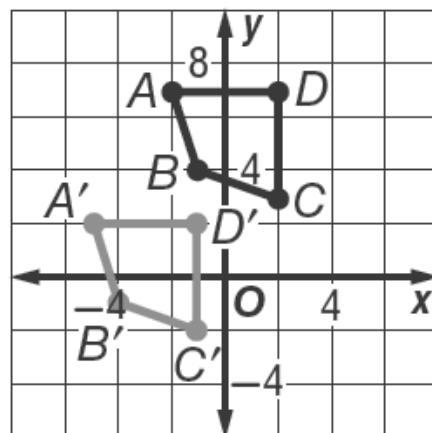
مثلاً ببيانياً الشكل وصوريته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍّ مما يأتي:

: $F(1, -4), G(3, -1), H(7, -1)$ هي: (38) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه هي:

إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليمين و 6 وحدات إلى أعلى.

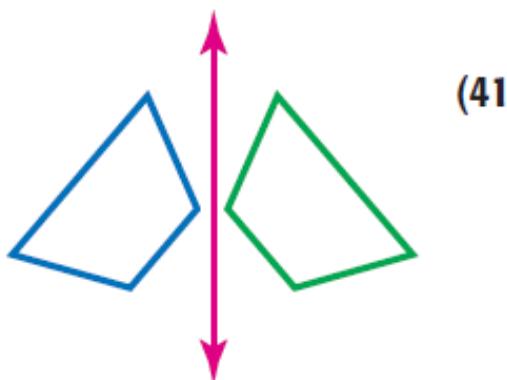


(39) الشكل الرباعي $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه: $B(-1, 4)$, $C(2, 3)$, $D(2, 7)$, $A(-2, 7)$, إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار و5 وحدات إلى أسفل.

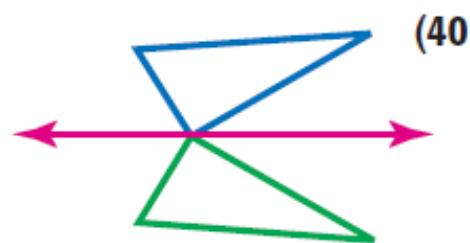


استعد للدرس اللاحق

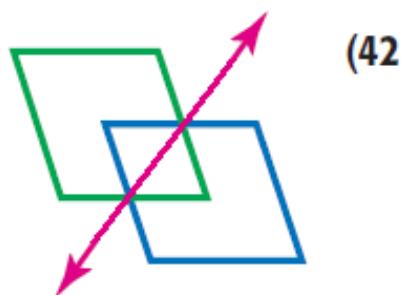
يبين كل من الأشكال الآتية الأصل والصورة الناتجة عن انعكاسٍ حول مستقيمٍ ما، ارسم محور الانعكاس.



(41)



(40)



(42)

7-4

توسيع: معمل الهندسة: التبليط



حدّد ما إذا كان استعمال أيٌ من المضلعات المستقطمة الآتية لتكوين تبليط في المستوى ممكناً أم لا. اكتب “نعم” أو “لا”.

(1) مثلث

نعم، إن قياس الزاوية الداخلية للمثلث المتطابق الأضلاع 60° ، وهو من عوامل العدد 360.

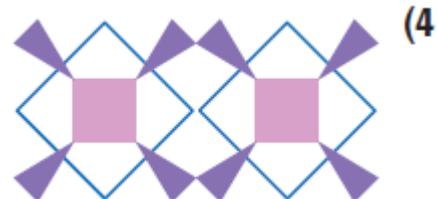
(2) مضلع خماسي

لا، إجابة ممكنة: قياس الزاوية الداخلية للخمسي المنتظم 108° ، وهذا ليس من عوامل العدد 360.

(3) مضلع له 16 ضلعاً

لا، إجابة ممكنة: قياس الزاوية الداخلية للمضلع ذي 16 ضلعاً يساوي 157.5° ، وهذا ليس من عوامل العدد 360.

حدد ما إذا كان كل من الأنماط الآتية تبليطاً أم لا. اكتب "نعم" أو "لا"، وإن كان كذلك فصنفه إلى منتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم، وإلى متسق أو غير متسق.



لا



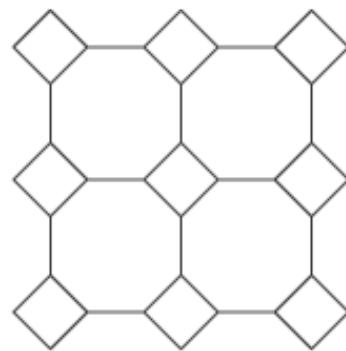
نعم، غير منتظم، غير متسق



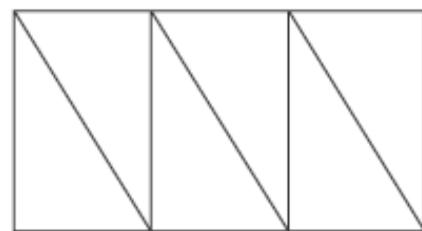
نعم، منتظم، متسق

ارسم نمط تبليط باستعمال الشكل (أو الأشكال) الآتي:

(7) مُضلع ثمانِي منتظم و مربع



(8) مثلث قائم الزاوية



(9) شبه منحرف و متوازي أضلاع

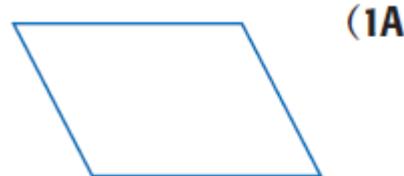


التماثل

7-5

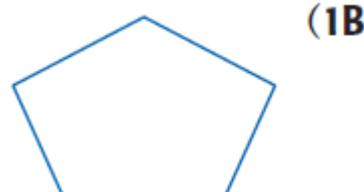
تحقق

بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ لِلشَّكْلِ مُحَوِّرٌ تَمَاثِلٌ أَمْ لَا، وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ فَأَرْسِمْ مُحَاوِرَ
التماثل جُمِيعَهَا، وَحَدَّدْ عَدَدَهَا فِي كُلِّ مِمَّا يَأْتِي:



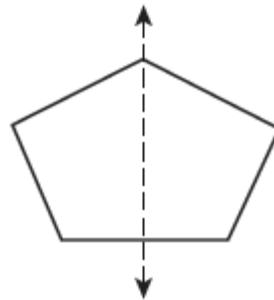
(1A)

لا

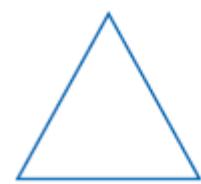


(1B)

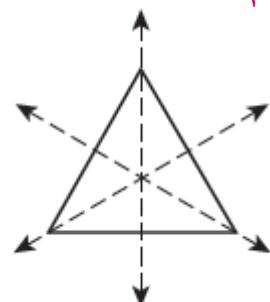
نعم، 1



(1C)



نعم، 3



أزهار: بَيْنِ ما إِذَا كَانَ يَبْدو لصُورَةِ الزَّهْرَةِ تَمَاثِيلُ دورَانِي أَمْ لَا، وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ، فَعِينِ مَرْكَزَ التَّمَاثِيلِ، وَحَدَّدْ رَتْبَتَهُ وَمَقْدَارَهُ فِي كُلِّ مَمَّا يَأْتِي:

(2A)



(2B)



بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ الشَّكْلُ مُتَمَاثِلًا حَوْلَ مَسْتَوِيٍّ، أَوْ مُتَمَاثِلًا حَوْلَ مَحْوَرٍ،
أَوْ كَلاهِمًا، أَوْ غَيْرَ ذَلِكَ فِي كُلِّ مِمَّا يَأْتِي:

(3A)



كَلاهِمًا

(3B)



غَيْرَ ذَلِكَ

(3C)



كَلاهِمًا

(3D)

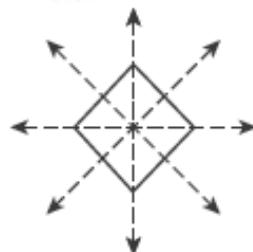


كَلاهِمًا

تأكد:



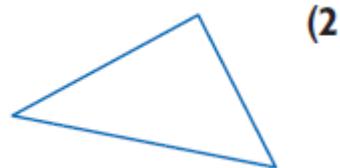
بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ لِلشَّكْلِ مُحَوْرٌ تَمَاثِيلٌ أَمْ لَا، وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ، فَأَرْسِمْ مُحَاوِرَ التَّمَاثِيلِ جَمِيعَهَا، وَحَدِّدْ عَدْدَهَا فِي كُلِّ مَا يَأْتِي:



(1)

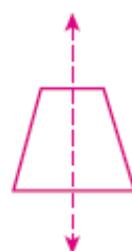


نعم ، 4

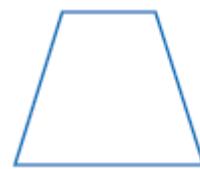


(2)

لا

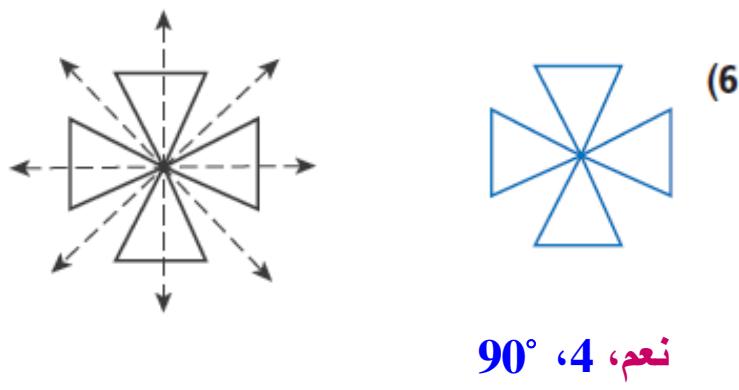
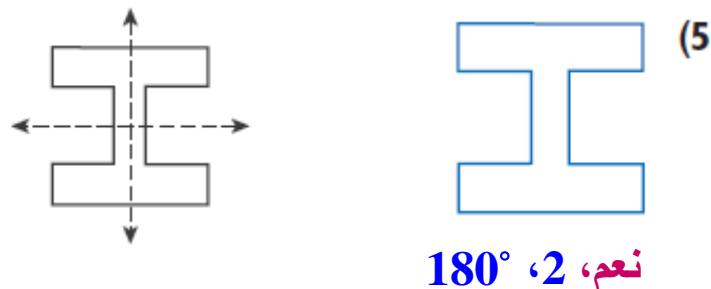
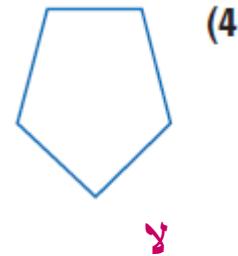


(3)



نعم ، 1

بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ لِلشَّكْلِ تَمَاثِيلٌ دُوْرَانِيٌّ أَمْ لَا، وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ، فَعِنْ مَرْكُزِ التَّمَاثِيلِ،
وَحَدَّدْ رَبْطَتِهِ وَمَقْدَارَهُ فِي كُلِّ مَا يَأْتِي:

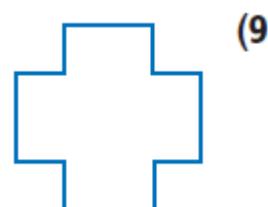
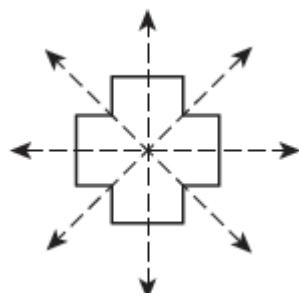
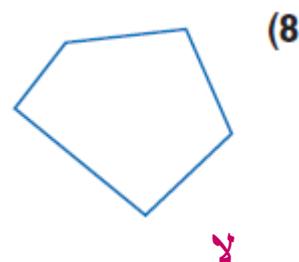


بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ الشَّكْلُ الْمُجَاوِرُ مُتَمَاثِلًا حَوْلَ مَسْتَوِيٍّ
أَوْ حَوْلَ مَحْوَرٍ أَوْ كَلَاهِمًا أَوْ غَيْرِ ذَلِكَ.
كَلَاهِمًا.

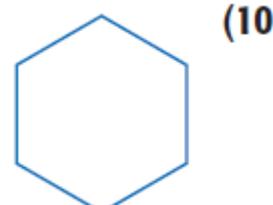
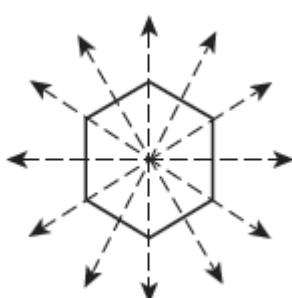
تدريب وحل المسائل:



بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ لِلشَّكْلِ مُحَوْرٌ تَمَاثِيلٌ أَمْ لَا، وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ، فَأَرْسِمْ مُحَاوِرَ التَّمَاثِيلِ جَمِيعَهَا، وَحَدِّدْ عَدْدَهَا فِي كُلِّ مَا يَأْتِي:

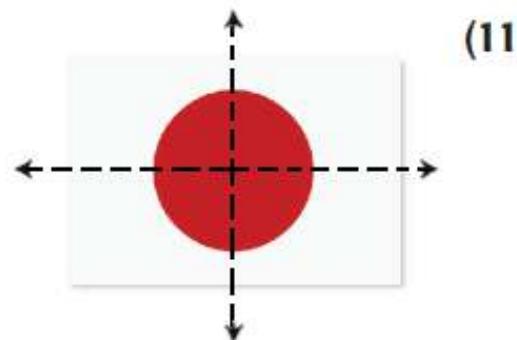


نعم، 4



نعم، 6

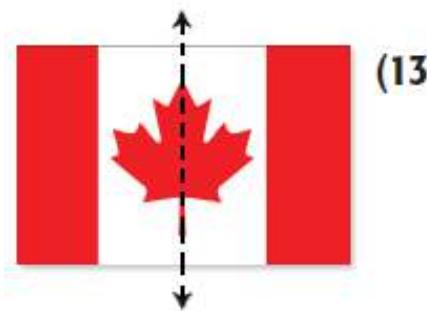
أعلام: بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ لِلعلم مَحْوَرٌ تَمَاثِيلُ أَمْ لَا، وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ، فَارسِمْ مَحَاورَ التَّمَاثِيلَ جَمِيعَهَا، وَحَدَّدْ عَدْدَهَا فِي كُلِّ مَا يَأْتِي:



نعم، 2

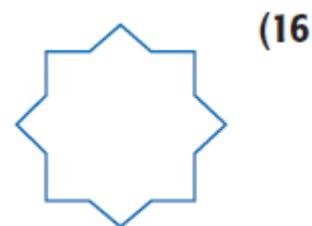
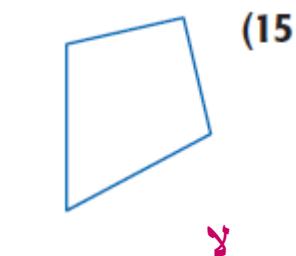
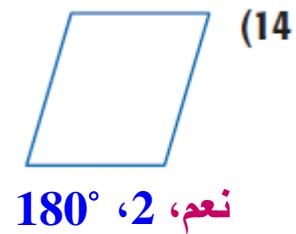


لا



نعم، 2

بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ لِلشَّكْلِ تِمَاثِيلٌ دُوْرَانِي أَمْ لَا، وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ، فَعِينَ مَرْكَزَ التِمَاثِيلِ، وَحَدَّدْ رَتْبَتَهُ وَمَقْدَارَهُ فِي كُلِّ مَا يَأْتِي:



نعم، 2، 180°

نعم، 8، 45°

إطارات: بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ لِصُورَةِ غُطَاءِ إِطَارِ السِّيَارَةِ تِمَاثِيلُ دُورَانِي أَمْ لَا،
وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ، فَحَدِّدْ رَتْبَةَ التِمَاثِيلِ وَمَقْدَارَهُ.

(17)



نعم، 7، 51.4°

(18)



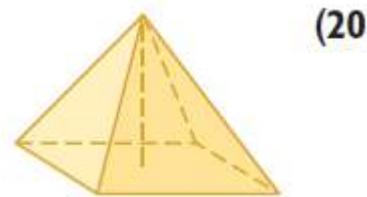
نعم، 6، 60°

(19)



نعم، 10، 36°

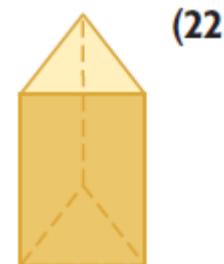
بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ الشَّكْلُ مُتَمَاثِلًا حَوْلَ مَسْتَوٍ أَوْ مُتَمَاثِلًا حَوْلَ مَحْوَرٍ أَوْ كَلَاهِمًا
أَوْ غَيْرَ ذَلِكَ فِي كُلِّ مَمَّا يَأْتِي:



كَلَاهِمًا



غَيْرَ ذَلِكَ



كَلَاهِمًا

عبوات: حدد عدد مستويات التماضل الأفقية، ومستويات التماضل الرأسية لكلّ من العلب الآتية:

(23)



لا يوجد مستويات تماضل أفقية، وهناك عدد لا نهائي من مستويات التماضل الرأسية.

(24)



لا يوجد مستويات تماضل أفقية، مستوى تماضل رأسي واحد.

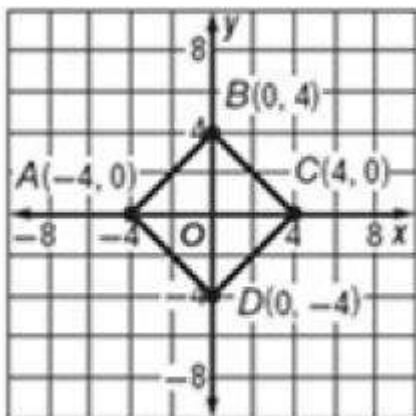
(25)



مستوى تماضل أفقي واحد وعدد لا نهائي من مستويات التماضل الرأسية.

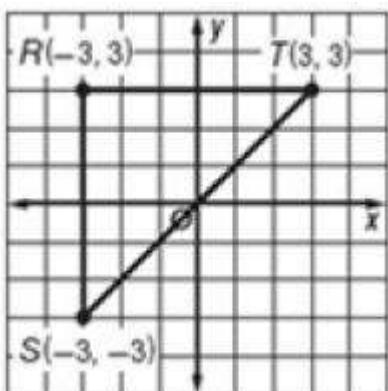
هندسة إحداثية: حدد ما إذا كان للشكل المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل من الأسئلة الآتية تماثل حول محور و/أو تماثل دوراني أم لا.

$$A(-4, 0), B(0, 4), C(4, 0), D(0, -4) \quad (26)$$



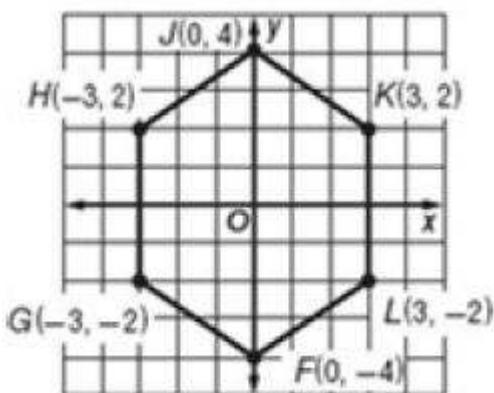
له محور تماثل وتماثل دوراني.

$$R(-3, 3), S(-3, -3), T(3, 3) \quad (27)$$



له محور تماثل.

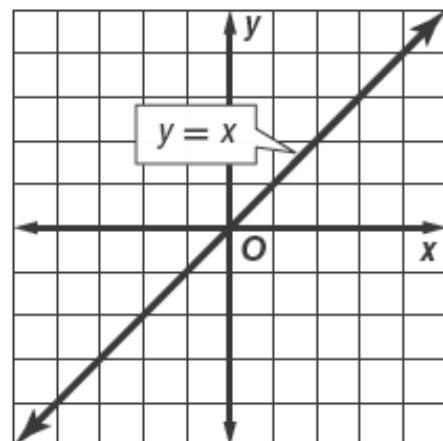
$$F(0, -4), G(-3, -2), H(-3, 2), J(0, 4), K(3, 2), L(3, -2) \quad (28)$$



له محور تماثل وتماثل دوراني.

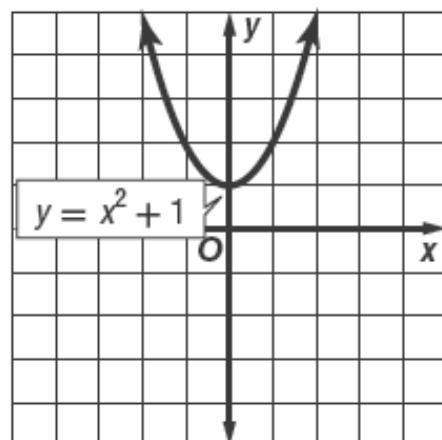
جبر: مثّل بيانيًّا كُلًا من الدوال الآتية، وحدّد ما إذا كان لتمثيلها البياني تماثل حول محور و/أو تماثل دوراني أم لا. وإذا كان كذلك، فحدّد رتبة التماثل ومقداره، واكتب معادلة كل محور تماثل.

$$y = x \quad (29)$$



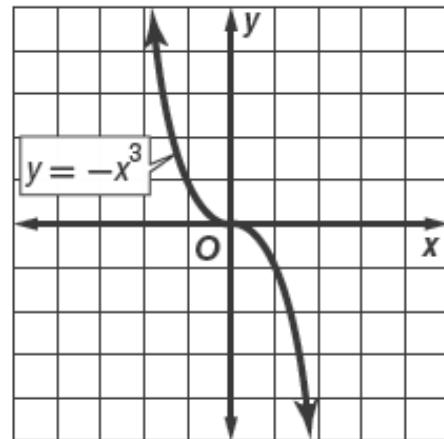
تماثل دوراني، $2, 36^\circ$ وتماثل حول المستقيم $y = -x$

$$y = x^2 + 1 \quad (30)$$



تماثل حول مستقيم، $x = 0$

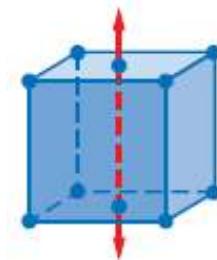
$$y = -x^3 \quad (31)$$



تماثل دوراني، 180°

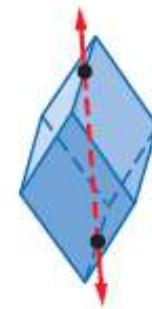
حدّد ما إذا كانت البلورة متتماثلةً حول مستوى أو متتماثلة حول محور في كلٍ ممّا يأتي:

(32) مكعب



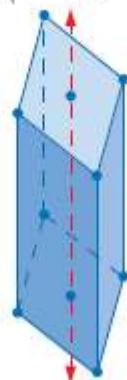
متتماثل حول مستوى و حول محور، 90°

(33) مجسم ذو سته أوجه كل منها معين



متتماثل حول مستوى و حول محور، 180°

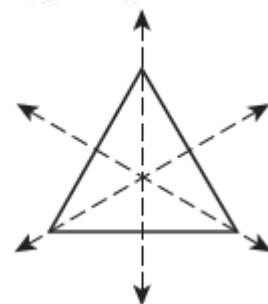
(34) منشور قائم قاعدته معين



تماثل حول مستوى و حول محور، 180°

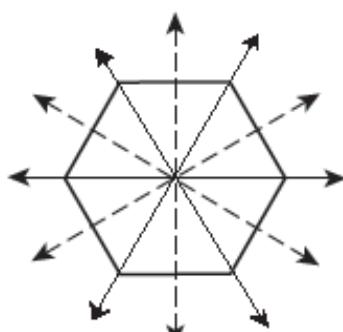
تمثيلات متعددة: في هذه المسألة ستسقصي التمايل الدوراني في المضلعات المنتظمة.

a) هندسياً: ارسم مثلثاً متطابق الأضلاع، وحدّد رتبة تماثله.

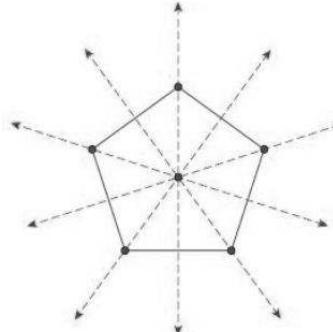


رتبة التمايل = 3

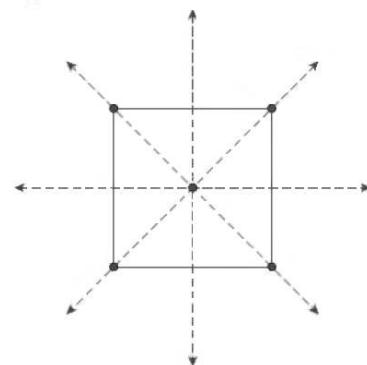
b) هندسياً: كرر العملية في الفرع a على مربع ومثلث خماسيٌ منتظمٍ ومثلث سداسيٌ منتظمٍ.



رتبة التمايل = 6



رتبة التمايل = 5



رتبة التمايل = 4

c) جدولياً: نظم جدولًا يبين رتبة التمايل لكلٍّ من هذه المضلعات.

رتبة التمايل	عدد الأضلاع	المضلع
3	3	مثلث
4	4	مربع
5	5	خماسي
6	6	سداسي

d) لفظياً: ضع تخميناً حول رتبة التمايل لمضلع منتظم.
رتبة التمايل المضلع المنتظم تساوي عدد أضلاعه.

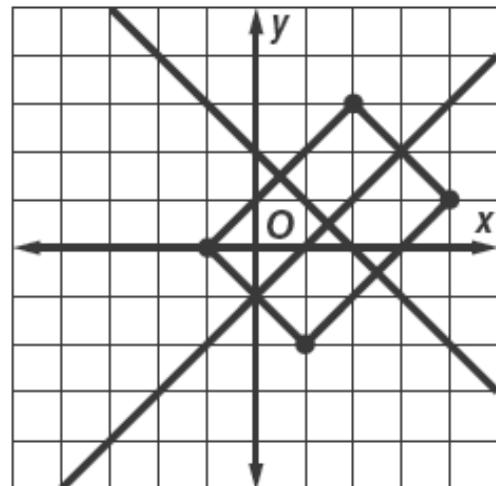
مسائل مهارات التفكير العلية:

(36) اكتشف الخطأ: يقول جمال: إن للشكل A تماثلاً حول محور فقط، في حين يقول ناصر: إن للشكل A تماثلاً دورانياً فقط.
فهل أيٌّ منهما على صواب؟ بrr إجابتكم.



لم تكن إجابة أيٌّ منهما صحيحة:
للشكل A تماثل حول محور وتماثل دوراني معاً.

(37) تحد: يوجد لشكل رباعي في المستوى الإحداثي محوراً تماثلاً فقط هما:
مثل محوري التماثل بيانيًا ثم أوجد مجموعة من الإحداثيات الممكنة لرؤوس هذا الشكل ومثله بيانيًا.



$(-1, 0), (2, 3), (4, 1), (1, -2)$

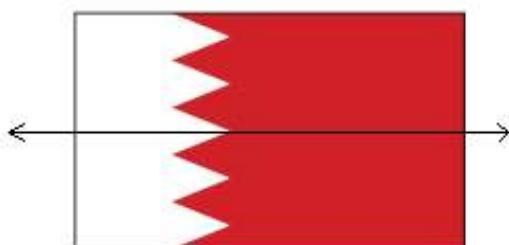
(38) **مسألة مفتوحة:** ارسم شكلاً له محور تماثل، ولكن ليس له تماثل دوراني. اشرح إجابتك.

المثلث المتطابق الضلعين متماثل حول المستقيم المرسوم من الرأس إلى منتصف القاعدة وليس له تماثل دوراني لأنه لا ينطبق على نفسه عند تدويره بزاوية بين 0° و 360° حول أي نقطة.

(39) **اكتب:** بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين التماثل حول محور والتماثل الدوراني.

في كلا النوعين من التماثل حول مستقيم والدوراني ينطبق الشكل على نفسه، ففي التماثل حول مستقيم ينطبق الشكل على نفسه بالانعكاس حول المحور. وفي التماثل الدوراني ينطبق الشكل على نفسه من خلال دوران حول مركز التماثل. ويمكن أن يكون للشكل نفسه تماثل خطوي وتماثل دوراني.

تدريب على اختبار



(40) **اجابة قصيرة:** ما عدد محاور التماثل التي يمكن رسمها في صورة علم مملكة البحرين؟

محور تماثل واحد

(41) ما رتبة التماثل للشكل الآتي؟



رتبة الشكل 8

مراجعة تراكمية

إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي: $J(1, 5)$, $K(3, 1)$, $L(5, 7)$ ، مثل بيانياً وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كلٍ من السؤالين الآتيين:

(42) إزاحة مقدارها 7 وحدات إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أسفل

ثم انعكاس حول المحور x .

الإزاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x - 7, y - 1)$$

$$J(1, 5) \rightarrow J'(-6, 4)$$

$$K(3, 1) \rightarrow K'(-4, 0)$$

$$L(5, 7) \rightarrow L'(-2, 6)$$

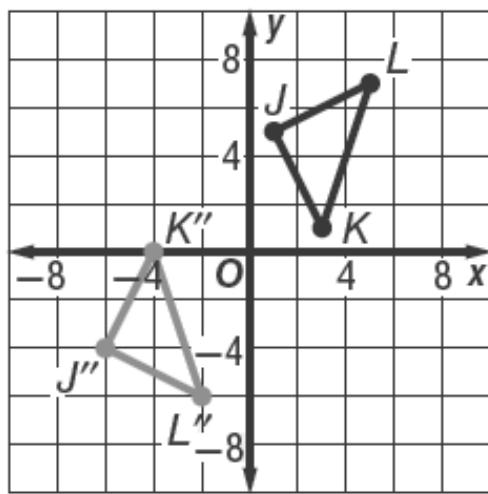
الانعكاس حول محور x

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$

$$J'(-6, 4) \rightarrow J''(-6, -4)$$

$$K'(-4, 0) \rightarrow K''(-4, 0)$$

$$L'(-2, 6) \rightarrow L''(-2, -6)$$



(43) إزاحة مقدارها وحدة واحدة إلى اليمين ووحدتان إلى أعلى،

ثم انعكاس حول المحور y .

الإزاحة:

$$(x, y) \rightarrow (x + 1, y + 2)$$

$$J(1, 5) \rightarrow J'(2, 7)$$

$$K(3, 1) \rightarrow K'(4, 3)$$

$$L(5, 7) \rightarrow L'(6, 9)$$

الانعكاس حول محور x

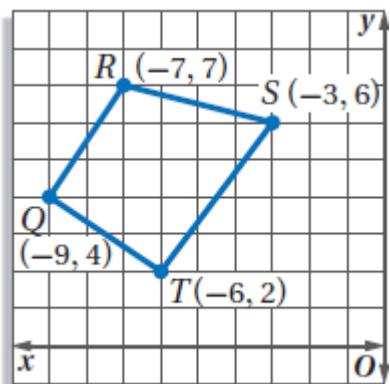
$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$

$$J'(2, 7) \rightarrow J''(-2, 7)$$

$$K'(4, 3) \rightarrow K''(-4, 3)$$

$$L'(6, 9) \rightarrow L''(-6, 9)$$

(44) يَبْيَنُ الشَّكْلُ الْمُجَاوِرُ الشَّكْلَ الْرِّبَاعِيَّ $QRST$ فِي الْمُسْتَوِيِّ الْأَحَدَاثِيِّ، مَا صُورَةُ النَّقْطَةِ R الْمُنَاتِجَةُ عَنْ دُورَانِ الشَّكْلِ بِزاوِيَّةٍ 180° حَوْلَ نَقْطَةِ الْأَصْلِ؟



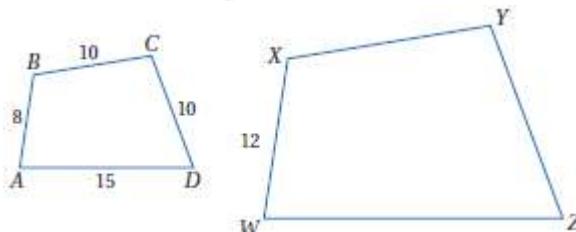
$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

$$R(-7, 7) \rightarrow R'(7, -7)$$

صُورَةُ النَّقْطَةِ R'

استعد للدرس اللاحق

إذا كان $ABCD \sim WXYZ$ ، فأوجد كلاً مما يلي :



معامل تشابه $WXYZ$ إلى $ABCD$ (45)

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \text{معامل التشابه}$$

XY (46)

$$15 = \frac{10 \times 12}{8} = XY$$

YZ (47)

$$15 = \frac{10 \times 12}{8} = YZ$$

WZ (48)

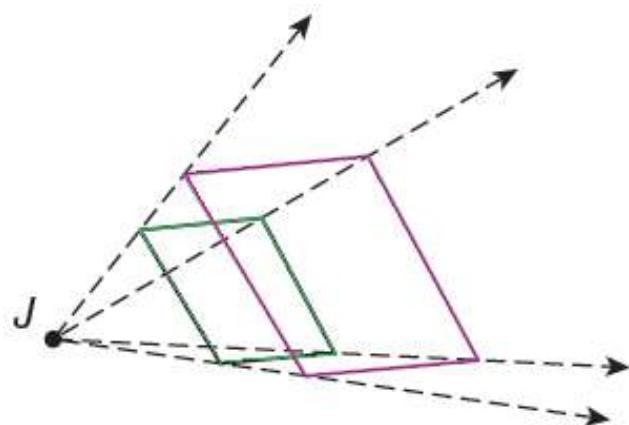
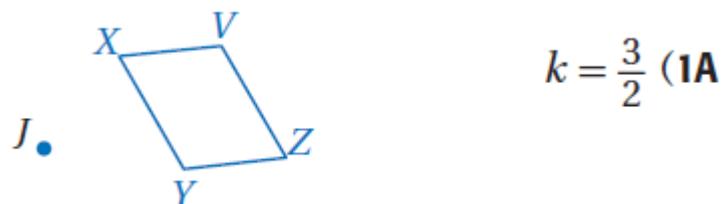
$$22.5 = \frac{15 \times 12}{8} = WZ$$

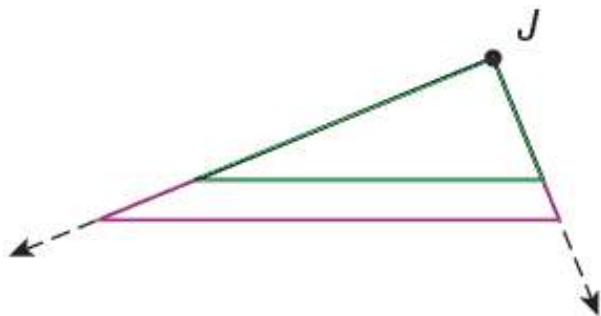
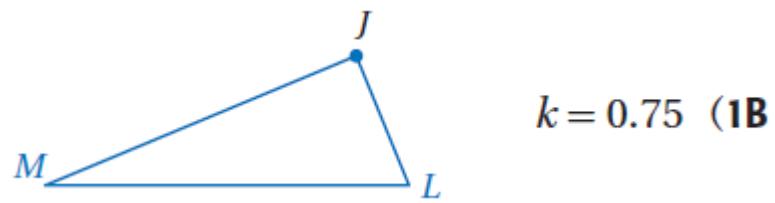
التمدد

7-6

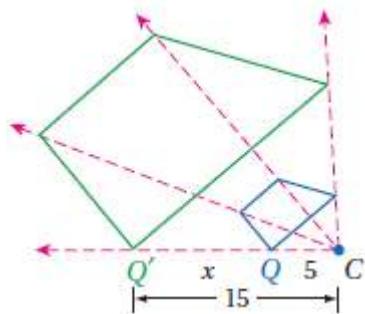
تحقق

استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة J ، ومعامله العدد k المحدد في كلٍ مما يأتي:





2) حدد ما إذا كان التمدد من الشكل Q إلى Q' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامل مقاييس التمدد، وقيمة x .



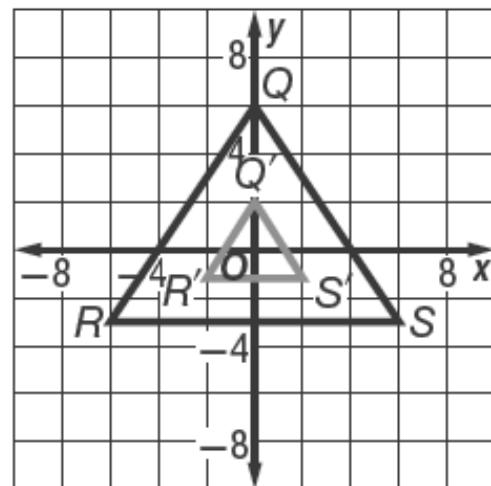
$$\text{مقاييس التمدد} = \frac{15}{5}$$

$$x = 15 - 5 = 10$$

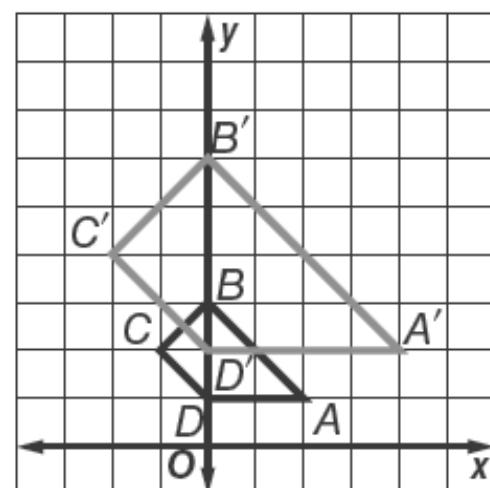
تكبير

مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم مثل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل، ومعامله العدد k المحدد في كلٌ من السؤالين الآتيين:

$$k = \frac{1}{3} ; Q(0, 6), R(-6, -3), S(6, -3) \quad (3A)$$



$$k = 2 ; A(2, 1), B(0, 3), C(-1, 2), D(0, 1) \quad (3B)$$



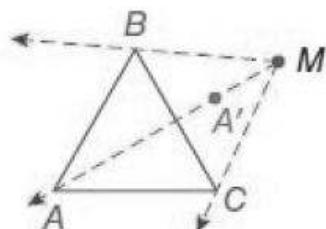
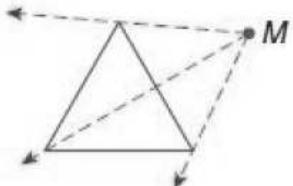
تأكد:

استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه النقطة M ومعامله العدد k المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

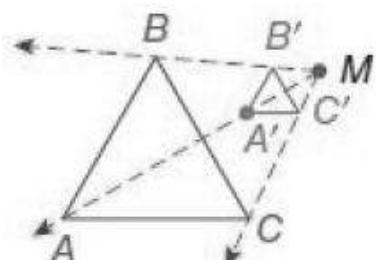
$$k = \frac{1}{4} \quad (1)$$



ارسم أنصاف مستقيمات من M تمر برؤوس المثلث

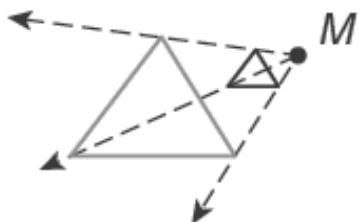


عين A' على \overrightarrow{MA} بحيث يكون $MA' = \frac{1}{2} MA$



عين B' على \overrightarrow{MB} و C' على \overrightarrow{MC} بنفس الطريقة

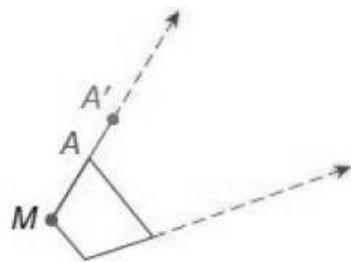
ارسم $\Delta A'B'C'$



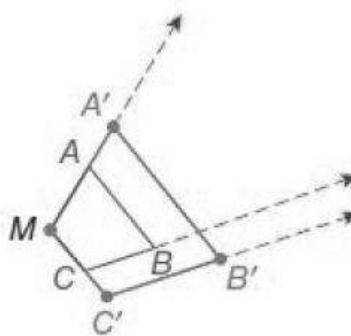
$$k = 2 \quad (2)$$



ارسم أنصاف مستقيمات من M

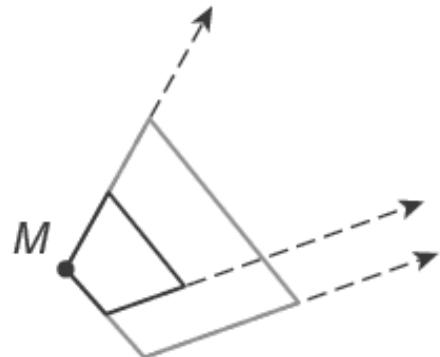


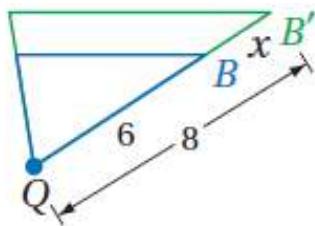
عين A' على \overrightarrow{MA} بحيث يكون $MA' = 2MA$



عين B' على \overrightarrow{MC} و C' على \overrightarrow{MB} بنفس الطريقة

رسم $\square A'B'C'M'$



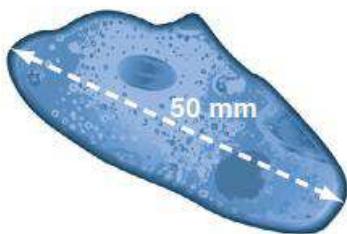


(3) حدد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x .

$$\text{معامل التكبير} = \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$$

$$x = 8 - 6 = 2$$

تكبير



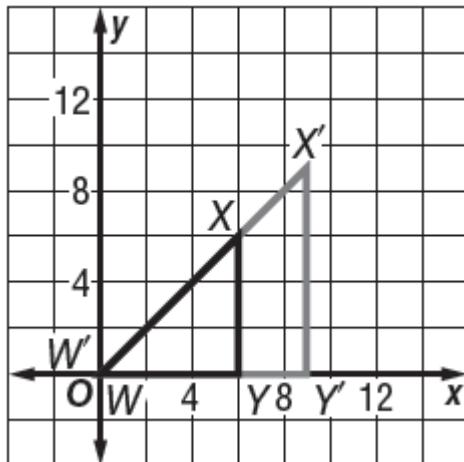
(4) **أحياء:** طول مخلوق حيٌّ دقيق وحيد الخلية 200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm. إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المستعملة؟ وضح إجابتك.

$$\text{طول المخلوق بالملمتر} = \frac{200}{1000} = 0.2 \text{ mm.}$$

$$\text{معامل مقياس التمدد} = \frac{50}{0.2} = 250$$

قوة التكبير = 250 مرة

مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من الأسئلة الآتية:



$$k = 1.5; W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0) \quad (5)$$

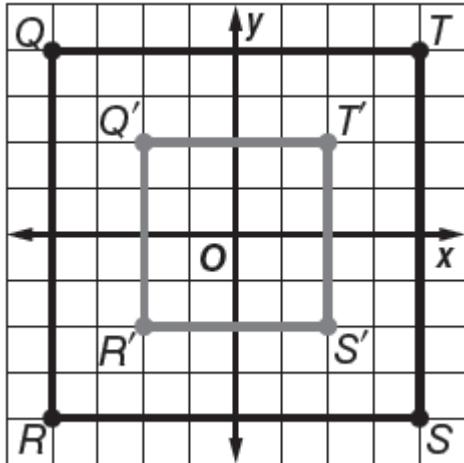
$$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$$

$$W(0, 0) \rightarrow W'(0, 0)$$

$$X(6, 6) \rightarrow X'(9, 9)$$

$$Y(6, 0) \rightarrow Y'(9, 0)$$

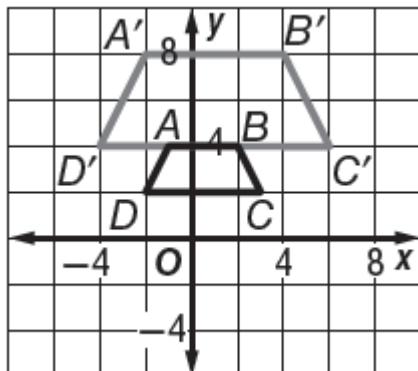
$$k = \frac{1}{2} \rightarrow Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4) \quad (6)$$



$$(x, y) \rightarrow (kx, ky).$$

$$\begin{aligned} Q(-4, 4) &\rightarrow Q'(-2, 2) \\ R(-4, -4) &\rightarrow R'(-2, -2) \\ S(4, -4) &\rightarrow S'(2, -2) \\ T(4, 4) &\rightarrow T'(2, 2) \end{aligned}$$

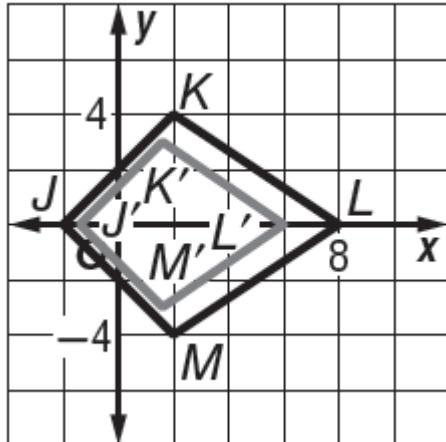
$$k = 2 \rightarrow A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2) \quad (7)$$



$$(x, y) \rightarrow (kx, ky).$$

$$\begin{aligned} A(-1, 4) &\rightarrow A'(-2, 8) \\ B(2, 4) &\rightarrow B'(4, 8) \\ C(3, 2) &\rightarrow C'(6, 4) \\ D(-2, 2) &\rightarrow D'(-4, 4) \end{aligned}$$

$$k = \frac{3}{4} \rightarrow J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4) \quad (8)$$



$$(x, y) \rightarrow (kx, ky).$$

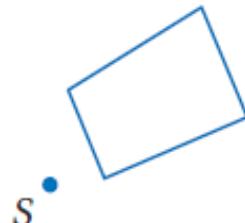
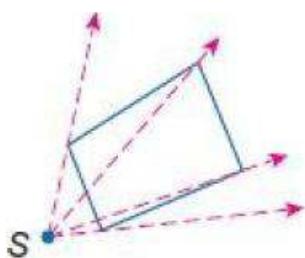
$$\begin{aligned} J(-2, 0) &\rightarrow J'(-1.5, 0) \\ K(2, 4) &\rightarrow K'(1.5, 3) \\ L(8, 0) &\rightarrow L'(6, 0) \\ M(2, -4) &\rightarrow M'(1.5, -3) \end{aligned}$$

تدريب وحل المسائل:

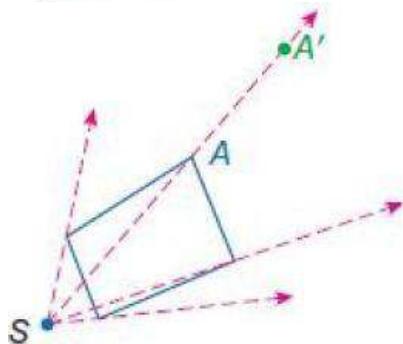


استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه النقطة S ومعامله العدد k المحدد في كلٌ من الأسئلة الآتية:

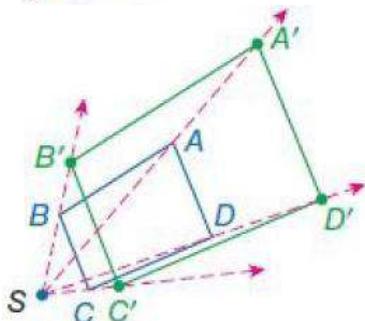
$$k = \frac{5}{2} \quad (9)$$



ارسم أنصاف مستقيمات من S

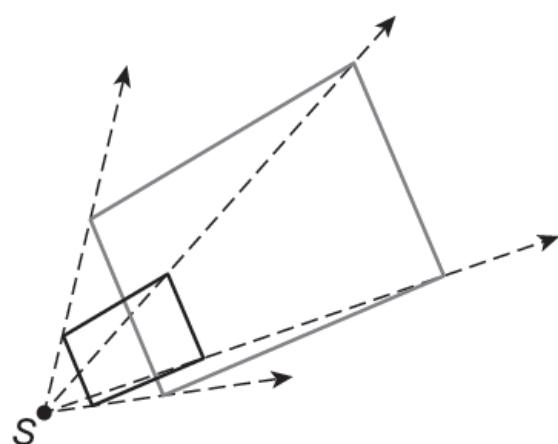


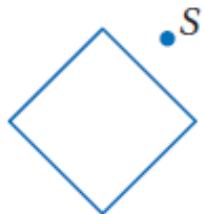
عين A' على \overrightarrow{SA} بحيث يكون $SA' = \frac{5}{2} SA$



عين B' على \overrightarrow{SB} و C' على \overrightarrow{SC}
و D' على \overrightarrow{SD} بنفس الطريقة

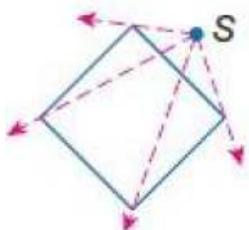
ارسم $A'B'C'D'$



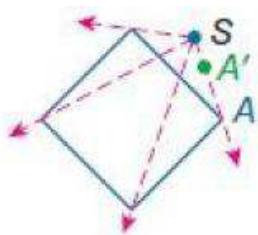


$$k = \frac{1}{3} \quad (10)$$

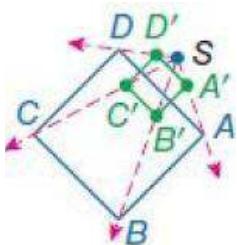
ارسم أنصاف مستقيمات من S



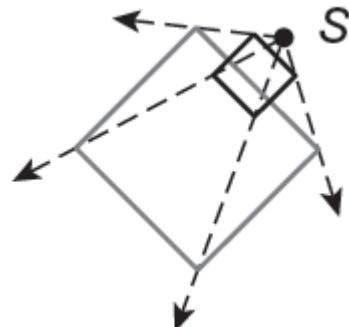
عين A' على \overrightarrow{SA} بحيث يكون $SA' = \frac{1}{3} SA$



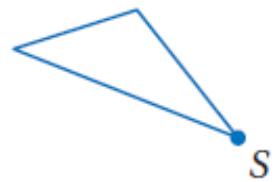
عين B' على \overrightarrow{SB} و C' على \overrightarrow{SC}
و D' على \overrightarrow{SD} بنفس الطريقة



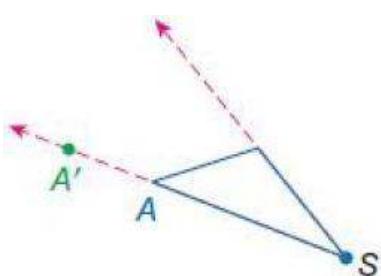
ارسم A'B'C'D'



$$k = 2.25 \quad (11)$$

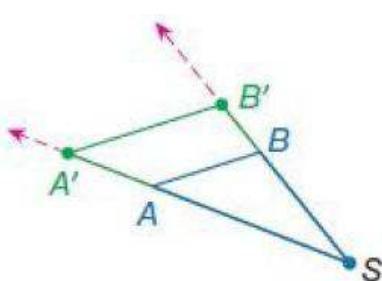


رسم أنصاف مستقيمات من S

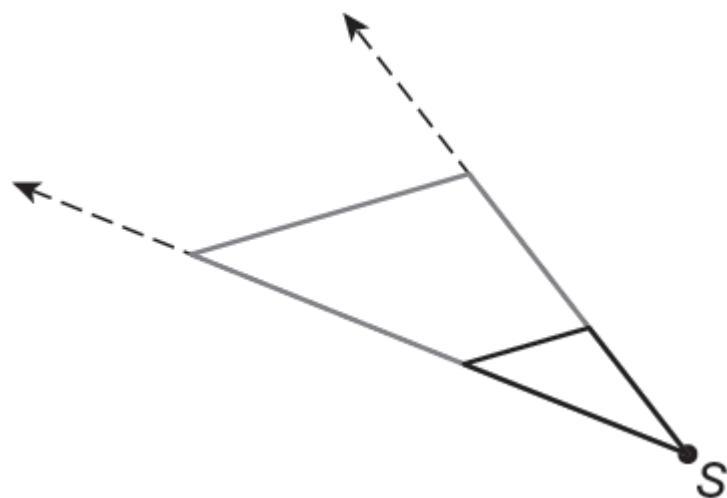


عين A' على \overrightarrow{SA} بحيث يكون
 $SA' = 2.25 SA$

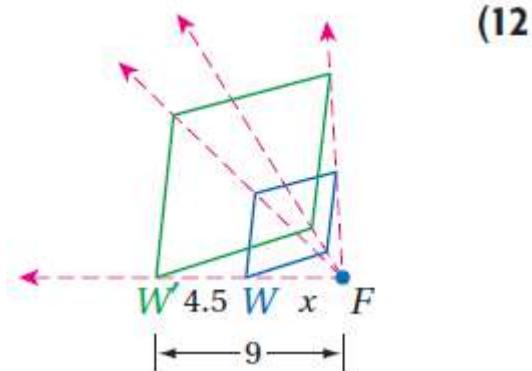
عين B' على \overrightarrow{SB} بنفس الطريقة



رسم $A'B'C'D'$

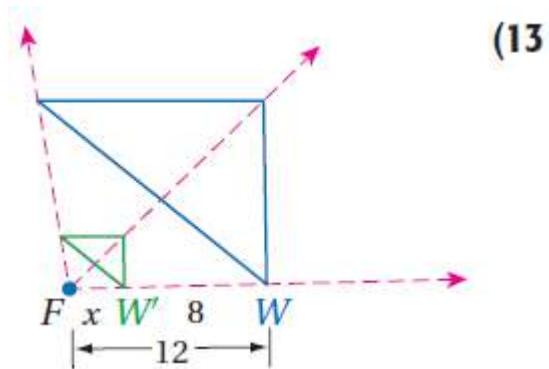


حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل W إلى الشكل W' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x .



$$\text{معامل مقياس التمدد} = \frac{9}{4.5} = 2$$

$$x = 9 - 4.5 = 4.5$$



$$\text{معامل مقياس التمدد} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$x = 12 - 8 = 4$$

حشرات: طول كلٌ من الحشرتين الآتتين كما تُرى تحت المجهر مكتوب على الصورة. إذا علمت طول الحشرة الحقيقي، فأوجد قوة التكبير المستعملة، ووضح إجابتك.

(14)



15 مرة، طول صورة الحشرة بالملليمترات هو $3.75 \times 10 = 37.5$ mm أو

$$\text{معامل التمدد يساوي } 15 = \frac{37.5}{2.5}$$

(15)



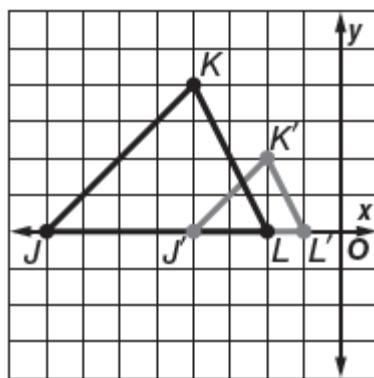
96 مرة، طول صورة الحشرة بالملليمترات هو $4.8 \times 10 = 48$ mm. ومعامل

$$\text{المعامل يساوي } 96 = \frac{48}{0.5}$$

مثل بيانياً المضلع وصوريته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كلٍ من الأسئلة الآتية:

$$k = 0.5 \text{ : } J(-8, 0), K(-4, 4), L(-2, 0) \quad (16)$$

$$(x, y) \rightarrow (kx, ky).$$

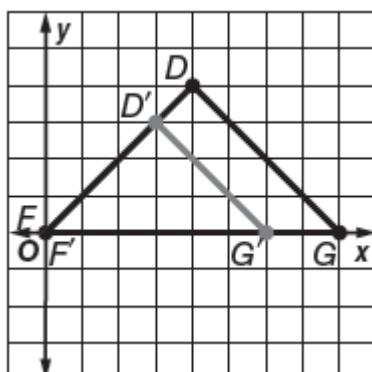


$$J(-8, 0) \rightarrow J'(-4, 0)$$

$$K(-4, 4) \rightarrow K'(-2, 2)$$

$$L(-2, 0) \rightarrow L'(-1, 0)$$

$$k = 0.75 \text{ : } D(4, 4), F(0, 0), G(8, 0) \quad (17)$$



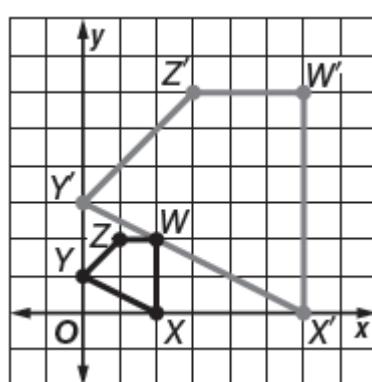
$$(x, y) \rightarrow (kx, ky).$$

$$D(4, 4) \rightarrow D'(3, 3)$$

$$F(0, 0) \rightarrow F'(0, 0)$$

$$G(8, 0) \rightarrow G'(6, 0)$$

$$k = 3 \text{ : } W(2, 2), X(2, 0), Y(0, 1), Z(1, 2) \quad (18)$$



$$(x, y) \rightarrow (kx, ky).$$

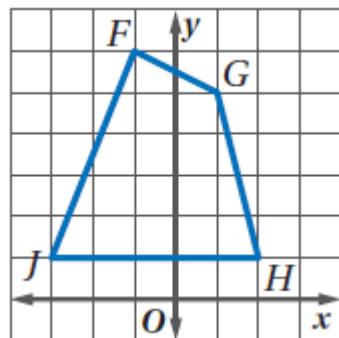
$$W(2, 2) \rightarrow W'(6, 6)$$

$$X(2, 0) \rightarrow X'(6, 0)$$

$$Y(0, 1) \rightarrow Y'(0, 3)$$

$$Z(1, 2) \rightarrow Z'(3, 6)$$

(19) هندسة إحداثية: استعمل التمثيل البياني للمضلع $FGHJ$ للإجابة عمّا يلي:



- a) مثل بيانيًّا صورة $FGHJ$ الناتجة عن تمدد معامله $\frac{1}{2}$ ومركزه نقطة الأصل، ثم انعكاس حول المحور y .

صورة الشكل بعد التمدد

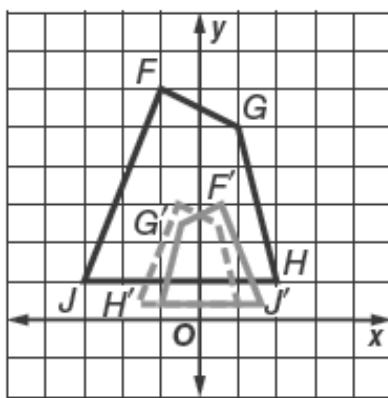
$$(x, y) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y\right)$$

$$F(-1, 6) \Rightarrow F' \left(-\frac{1}{2}, 3\right)$$

$$G(1, 5) \Rightarrow G' \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$H(2, 1) \Rightarrow H' \left(1, \frac{1}{2}\right)$$

$$J(-3, 1) \Rightarrow J' \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$



الانعكاس حول المحور y

$$(x, y) \Rightarrow (-x, y)$$

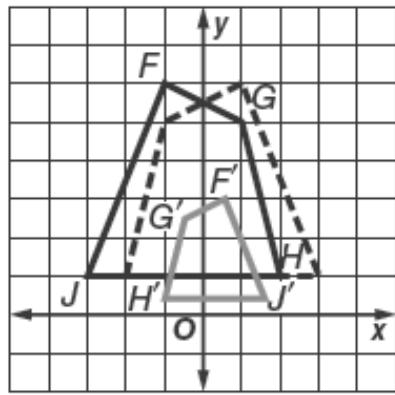
$$F' \left(-\frac{1}{2}, 3\right) \Rightarrow F'' \left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

$$G' \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right) \Rightarrow G'' \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$H' \left(1, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow H'' \left(-1, \frac{1}{2}\right)$$

$$J' \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow J'' \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

b) نفذ التحويل المركب في الفرع a بعكس الترتيب.



$$(x, y) \Rightarrow (-x, y)$$

$$F(-1, 6) \Rightarrow F'(1, 6)$$

$$G(1, 5) \Rightarrow G'(-1, 5)$$

$$H(2, 1) \Rightarrow H'(-2, 1)$$

$$J(-3, 1) \Rightarrow J'(3, 1)$$

$$(x, y) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y\right)$$

$$F'(1, 6) \Rightarrow F''\left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

$$G'(-1, 5) \Rightarrow G''\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$H'(-2, 1) \Rightarrow H''\left(-1, \frac{1}{2}\right)$$

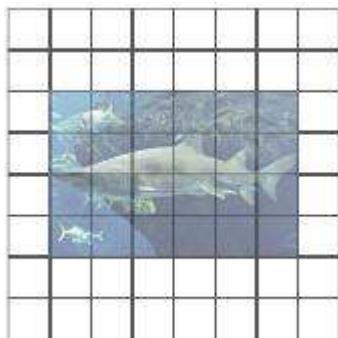
$$J'(3, 1) \Rightarrow J''\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

c) هل يؤثر ترتيب التحويلين الهندسيين هنا في الصورة النهائية؟
لا، احداثيات الصورة النهائية هي نفسها بغض النظر أي التحويلات بدأ أولاً

d) هل يؤثر ترتيب تركيب التمدد والانعكاس في الصورة النهائية دائمًا أو أحياناً أو أنه لا يؤثر عليها أبداً؟

أحياناً، لا يكون لترتيب تركيب التمدد الذي مركزه نقطة الأصل والانعكاس أهمية إذا كان محور الانعكاس يحتوي نقطة الأصل إي إذا كانت معادلته على الصورة: $y = mx$.

(20) رسم: يرسم سليمان صورةً باستعمال طريقة المربعات، فيضع شبكةً إحداثيةً شفافةً طول وحدتها $\frac{1}{4} \text{ cm}$ فوق صورةً أبعادها $4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ ، ويضع شبكةً آخرى طول وحدتها $\frac{1}{2} \text{ cm}$ على ورقةً رسم أبعادها $8 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$. ثم يرسم ما يحويه كل مربع من الصورة في المربع المناظر له على ورقة الرسم.



a) ما معامل مقياس هذا التمدد؟

معامل مقياس التمدد 1:2

b) ما طول وحدة الشبكة التي يتعمّنَ عليه استعمالها لرسم صورة قياسها 10 أمثال قياس الصورة الأصلية؟

بضرب المقياس في 10

$$\frac{1}{4} \times 10 = 2.5$$

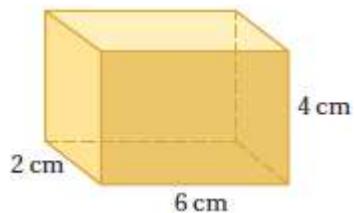
تحتاج إلى شبكة قياس طول وحدتها 2.5 cm.

c) كم تكون مساحة الرسم الناتج عن صورةً أبعادها $5 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$ عند استعمال شبكةً وحدتها 2 cm على لوحة الرسم؟

عند استعمال شبكة وحدتها 2cm. ستكون 8 مرات أكبر من الصورة الأصلية.
و هنا تكون الأبعاد الجديدة $7 \times 8 = 56$ و $5 \times 8 = 40$
المساحة = $40 \times 56 = 2240 \text{ cm}^2$.

(21) **تغيير الأبعاد:** يمكن إجراء تمدد على الأشكال الثلاثية الأبعاد أيضًا.

(a) أوجد مساحة سطح المنشور المجاور وحجمه.



$$\text{مساحة السطح} = 2(lb + bh)$$

$$2(6 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 6) =$$

$$2(44) = 2(12 + 8 + 24) =$$

$$88 \text{ cm}^2 =$$

$$\text{الحجم} = lbh$$

$$6 \cdot 2 \cdot 4 =$$

$$48 \text{ cm}^3 =$$

(b) أوجد مساحة سطح المنشور الناتج عن تمدد معامله 2 ، وأوجد حجمه.

عند تمدد الشكل بمعامل تمدد 2 ، مساحة السطح بعد التمدد يكون 2^2 أو 4 أمثال مساحة السطح الأصلية، و الحجم 2^3 أو 8 أمثال حجم الشكل الأصلي.

$$\text{مساحة السطح بعد التمدد} = 88 \times 4 = 352 \text{ cm}^2$$

$$\text{الحجم بعد التمدد} = 48 \times 8 = 384 \text{ cm}^3$$

(c) أوجد مساحة سطح المنشور الناتج عن تمدد معامله $\frac{1}{2}$ ، وأوجد حجمه.

عند تمدد الشكل بمعامل تمدد $\frac{1}{2}$ ، مساحة السطح بعد التمدد يكون $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ أو

$\frac{1}{4}$ أمثال مساحة السطح الأصلية، و الحجم $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ أو $\frac{1}{8}$ أمثال حجم الشكل الأصلي.

$$\text{مساحة السطح بعد التمدد} = 88 \times \frac{1}{4} = 22 \text{ cm}^2$$

$$\text{الحجم بعد التمدد} = 48 \times \frac{1}{8} = 6 \text{ cm}^3$$

d) أوجد نسبة مساحة سطح المنشور الناتج عن كل تمدد إلى مساحة سطح المنشور الأصلي، ثم أوجد نسبة حجم المنشور الناتج عن كل تمدد إلى حجم المنشور الأصلي.

مساحة السطح 4 أمثل المساحة الأصلية عندما يكون معامل التمدد 2 وتساوي

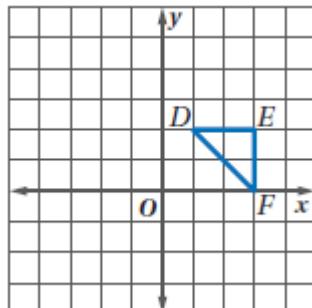
$\frac{1}{4}$ المساحة الأصلية إذا كان معامل التمدد $\frac{1}{2}$. حجم المنشور الجديد 8 أمثل

حجم المنشور الأصلي عندما يكون معامل التمدد 2 ويساوي $\frac{1}{8}$ الحجم الأصلي

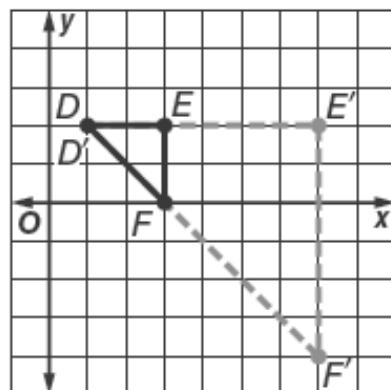
إذا كان معامل التمدد $\frac{1}{2}$.

e) ضع تخميناً حول أثر التمدد ذي المعامل الموجب في مساحة سطح المنشور وفي حجمه. تضرب مساحة سطح الشكل الأصلي في r^2 . ويضرب حجم الشكل الأصلي في r^3 .

(22) **هندسة إحداثية:** استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عمّا يأتي:



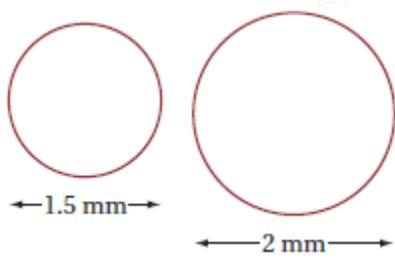
a) مثل بيانيًّا صورة $\triangle DEF$ الناتجة عن تمدد مركزه النقطة D ومعامله 3



b) عَبَرَ عن هذا التمدد بتركيب تحويليين هندسيين، أحدهما تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 3 تركيب تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 3، إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار و 4 وحدات إلى الأسفل.

(23) صحة: استعمل فقرة الربط مع الحياة المجاورة للإجابة عن السؤالين الآتيين:

a) ينفع الطبيب بالون القسطرة في الشريان التاجي للمرضى مكبرًا بالalon كما يتضح في الشكل المجاور. أوجد معامل هذا التمدد.



$$\text{معامل التمدد} = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3} = \frac{2}{1.5}$$

b) أوجد مساحة المقطع العرضي للبالون قبل النفخ وبعده .

قبل النفخ

$$\text{نصف القطر} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2$$

$$\pi (0.75)^2 =$$

$$1.77 \approx$$

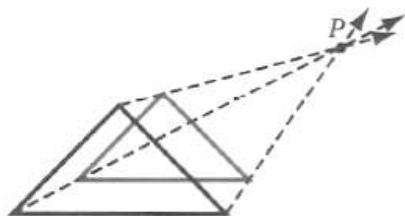
بعد النفخ

$$\text{نصف القطر} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi (1)^2 =$$

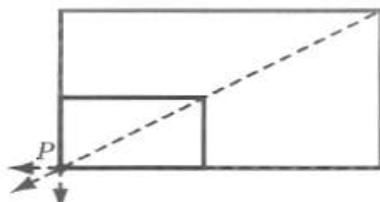
$$3.14 \text{ mm}^2 \approx$$

أُعطي في كلٍ من السؤالين الآتيين الشكل الأصلي وصورته الناتجة عن تمدد مركزه النقطة P ، عِين موقع النقطة P ، وأجد معامل مقياس التمدد



أمد خطأً بين الرؤوس للصورة الأصلية و الصورة بعد التمدد و يتلاقيا في النقطة p الصورة بعد التمدد أصغر من الصورة الأصلية لذا التمدد تصغير

$$\text{معامل مقياس التمدد} = \frac{4}{5}$$

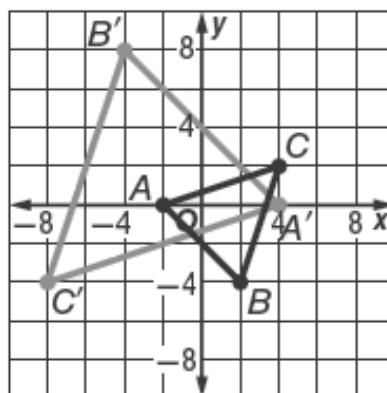


أمد خطأً بين الرؤوس للصورة الأصلية و الصورة بعد التمدد و يتلاقيا في النقطة p الصورة بعد التمدد أكبر من الصورة الأصلية لذا التمدد تكبير

$$\text{معامل مقياس التمدد} = \frac{11}{5}$$

تمثيلات متعددة: (26) في هذه المسألة ستستقصي التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله سالب.

a) هندسياً: مثل بيانياً $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(-2, 0)$, $B(2, -4)$, $C(4, 2)$. ثم ارسم صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله -2



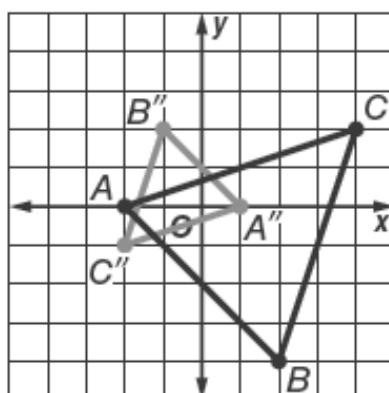
$$(x, y) \rightarrow (kx, ky)$$

$$A(-2, 0) \rightarrow A'(4, 0)$$

$$B(2, -4) \rightarrow B'(-4, 8)$$

$$C(4, 2) \rightarrow C'(-8, -4)$$

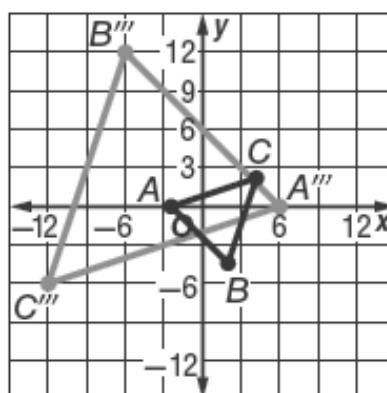
b) هندسياً: ارسم صورة المثلث الناتجة عن تمدد معامله $-\frac{1}{2}$ ، وآخر معامله -3



$$A(-2, 0) \rightarrow A''(1, 0)$$

$$B(2, -4) \rightarrow B''(-1, 2)$$

$$C(4, 2) \rightarrow C''(-2, -1)$$



$$A(-2, 0) \rightarrow A'''(6, 0)$$

$$B(2, -4) \rightarrow B'''(-6, 12)$$

$$C(4, 2) \rightarrow C'''(-12, -6)$$

c) جدولياً: اكتب إحداثيات صورة المثلث الناتجة عن كل تمدد في جدول.

الإحداثيات			معامل التمدد
C	B	A	
(-8, -4)	(-4, 8)	(4, 0)	-2
(-2, -1)	(-1, 2)	(1, 0)	$-\frac{1}{2}$
(-12, -6)	(-6, 12)	(6, 0)	-3

d) لفظياً: ضع تخميناً حول قاعدة التمدد الذي مرکزه نقطة الأصل ومعامله سالب.
يضرب كل إحداثي في معامل التمدد السالب.

e) تحليلياً: اكتب قاعدة التمدد الذي مرکزه نقطة الأصل ومعامله k .

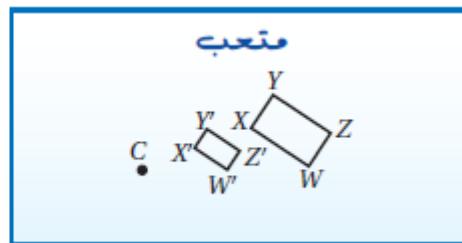
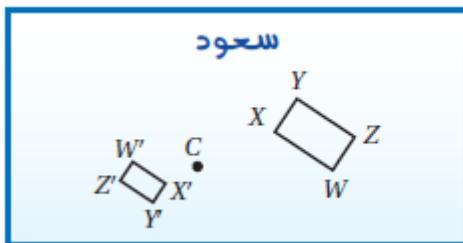
$$(x, y)(-kx, -ky)$$

f) لفظياً: عبّر عن التمدد الذي مرکزه نقطة الأصل ومعامله سالب
بتحويل هندسي مركب.

يمكن وصف التمدد الذي مرکزه نقطة الأصل ومعامله k – بأنه تركيب تمدد
مرکزه نقطة الأصل ومعامله k ودوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

مسائل مهارات التفكير العلية:

(27) اكتشف الخطأ: يحاول كل من متعب وسعود أن يصف تأثير القيمة السالبة لمعامل مقاييس التمدد في صورة الشكل الرباعي $WXYZ$, فأيهما تفسيره صحيح؟ اشرح تبريرك.



سعود، لأن متعب استعمل معامل تمدد موجباً.

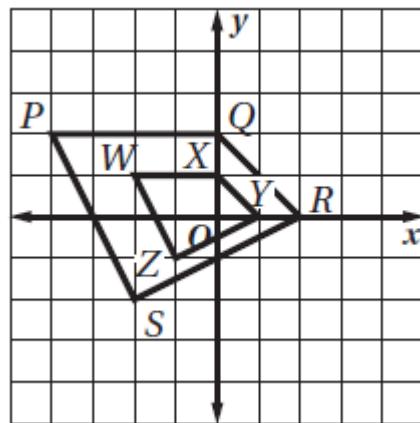
(28) تحد: أوجد معادلة صورة المستقيم $y = 4x - 2$ الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 1.5
$$y = 4x - 3$$

(29) اكتب: هل تحفظ التحويلات الهندسية جميعها التوازي والاستقامة؟ اشرح إجابتك.

نعم، تكون أشكال متطابقة نتيجة الانعكاس والإزاحة والدوران، مما يعني أن جميع الأضلاع المتوازية قبل التحويل الهندسي تبقى متوازية بعده، وأن النقاط الواقعة على استقامة واحدة قبل التحويل الهندسي تبقى على استقامة واحدة بعده. كما يحفظ التمدد التوازي والاستقامة لأن الأشكال الناتجة تكون مشابهة للأصل أي ان لها الشكل نفسه ولكن بنسب مختلفة.

تدريب على اختبار

(32) ما معامل مقياس التمدد من الشكل $PQRS$ إلى الشكل $WXYZ$ ؟



الشكل $WXYZ$ أصغر من الشكل $PQRS$
التمدد تصغير

المسافة بين النقطتين $Y(1, 0)$ @ $Z(-1, -1)$

$$YZ = \sqrt{(1 + 2)^2 + (0 + 1)^2} = \sqrt{5}$$

المسافة بين النقطتين $R(2, 0)$ @ $S(-2, -2)$

$$RS = \sqrt{(2 + 2)^2 + (0 + 2)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$

(33) يرسم توفيق نسخةً من لوحة فنية معروضة في متحف فني.
إذا كان عرض اللوحة 3 ft ، وطولها 6 ft ، وقرر أن يستعمل
معامل مقياس تمدد قدره 0.25 ، فما أبعاد ورقة الرسم
بالبوصات المناسبة لإنجاز رسمه؟

6 in \times 12 in C

4 in \times 8 in A

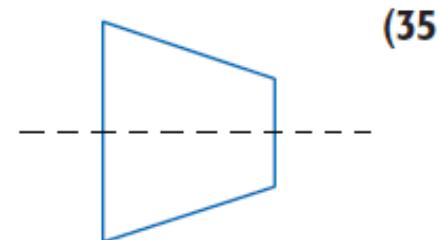
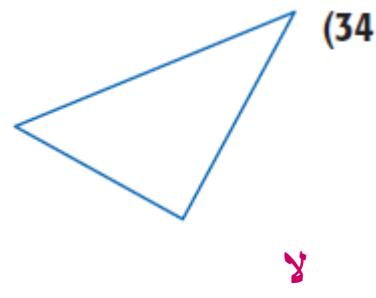
10 in \times 20 in D

8 in \times 16 in B

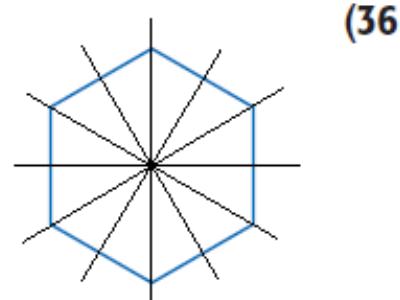
الاختيار الصحيح: D

مراجعة تراكمية

بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ لِلشَّكْلِ مُحَوْرٌ تَمَاثِيلُ أَمْ لَا، وَإِذَا كَانَ كَذَلِكَ فَأَرْسَمْ مُحَاوِرَ التَّمَاثِيلِ جَمِيعِهَا، وَحَدَّ عَدَدَهَا فِي كُلِّ مِمَّا يَأْتِي:

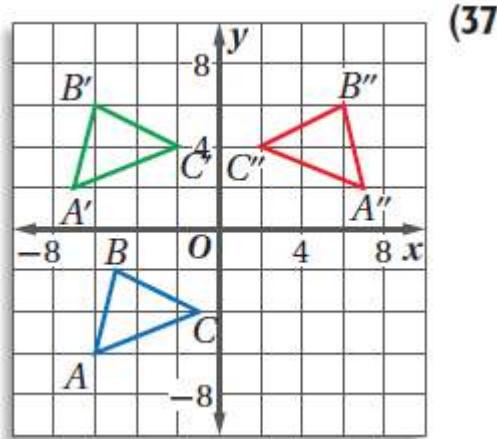


نعم، 1

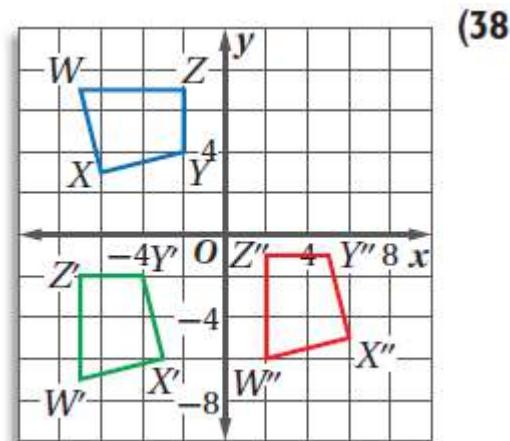


نعم، 6

صف التحويل الهندسي المركب الذي ينقل الشكل إلى صورته النهائية في كلٌ من السؤالين الآتيين :



إزاحة مقدارها وحدة واحدة إلى اليسار و 8 وحدات إلى أعلى ثم انعكاس في المحور y .



دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل وإزاحة مقدارها 9 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى.

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة x في كلٍ من الأسئلة الآتية:

$$58.9 = 2x \quad (39)$$

$$\frac{58.9}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$29.45 = x$$

$$\frac{108.6}{\pi} = x \quad (40)$$

$$\frac{108.6}{\pi} = x$$

$$34.57 \approx x$$

$$228.4 = \pi x \quad (41)$$

$$\frac{228.4}{\pi} = \frac{\pi x}{\pi}$$

$$72.7 \approx x$$

$$\frac{336.4}{x} = \pi \quad (42)$$

$$\frac{336.4}{\pi} = x$$

$$107.1 \approx x$$

دليل الدراسة والمراجعة

*

اختبار المفردات

- (1) عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن هذه العملية تسمى (تحويلاً هندسياً مركباً، رتبة الدوران).

تحويلاً هندسياً مركباً

- (2) إذا طُوي شكل حول خط مستقيم، وانطبق نصفاه أحدهما على الآخر تماماً، فإن خط الطي يسمى (محور الانعكاس ، محور التماثل).

محور التماثل

- (3) التحويل الهندسي الذي يكبر الشكل أو يصغره بنسبة محددة هو (التمدد ، الدوران).

التمدد

- (4) يُطلق على عدد المرات التي ينطبق فيها الشكل على نفسه في أثناء تدويره من 0° إلى 360° اسم (مقدار التماثل ، رتبة التماثل).

رتبة التماثل

- (5) يبعد (محور الانعكاس ، مركز التمدد) المسافة نفسها عن كل نقطة في الشكل وصورتها.

محور الانعكاس

٦) يكون الشكل (تحويلاً هندسياً مركباً، متماثلاً) إذا وجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس يتبع عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه.

متماثلاً

٧) يمكن تمثيل (الإزاحة ، الدوران) بتركيب انعكاسيين متتابعين حول مستقيميين متتقاطعين.

الدوران

٨) لتدوير نقطة ما بزاوية $(90^\circ, 180^\circ)$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي z في -1 ، وبدل الإحداثيين x, y .

90°

٩) (التمدد ، الانعكاس) هو تحويل تطابق.

الانعكاس

١٠) يكون للشكل (محور تماثل ، تماثل دوارني) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران حول مركزه بزاوية بين 0° و 360° هي الشكل نفسه.

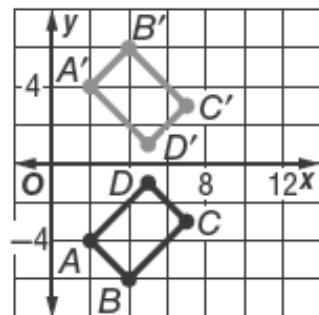
تماثل دوارني

مراجعة الدرس

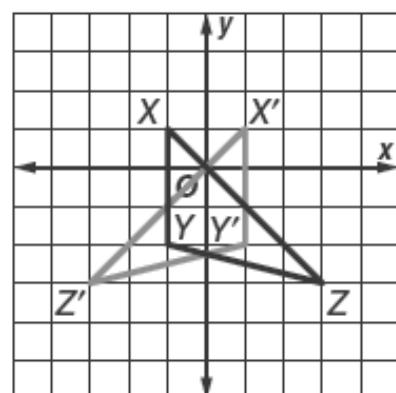
7-1 الانعكاس

مُثُل بِيَانِيًّا كُل شَكْل مِمَا يَأْتِي وصُورَتُه بِالانعكاس المُحدَد.

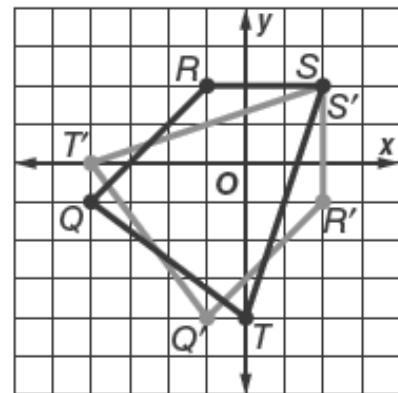
- (11) المُسْتَطِيل $ABCD$ الَّذِي إِحْدَاثِيَّاتِ رَؤُوسِهِ: $A(2, -4)$, $B(4, -6)$, $C(7, -3)$, $D(5, -1)$.
الانعكاس حول المُحَوْر x .



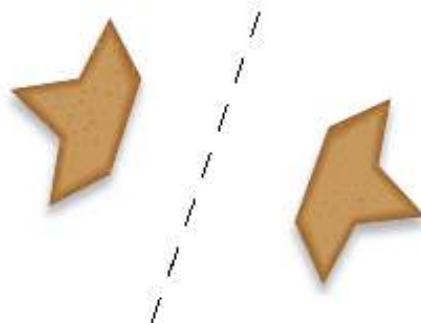
- (12) الْمُثَلَّث XYZ الَّذِي إِحْدَاثِيَّاتِ رَؤُوسِهِ: $X(-1, 1)$, $Y(-1, -2)$, $Z(3, -3)$.
الانعكاس حول المُحَوْر y .



(13) الشكل الرباعي $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه:
 $Q(-4, -1), R(-1, 2), S(2, 2), T(0, -4)$
بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

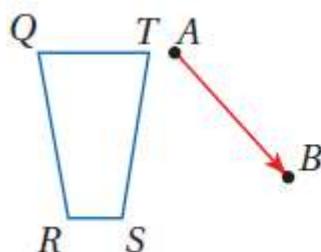
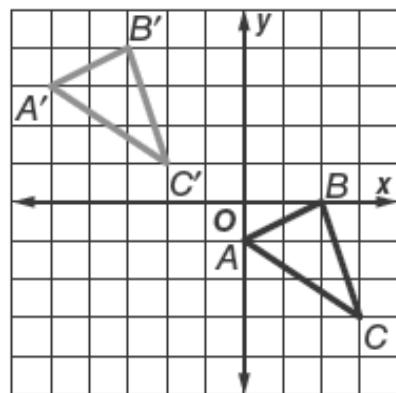


(14) فن: يصنع عامر منحوتين ليضعهما على جانبِي ممرٍ في حديقة منزله، بحيث تكون إحداهما انعكاساً للأخرى حول المستقيم الذي يقسم هذا الممر طولياً إلى نصفين. انسخ الشكل في دفترك، وارسم محور الانعكاس.

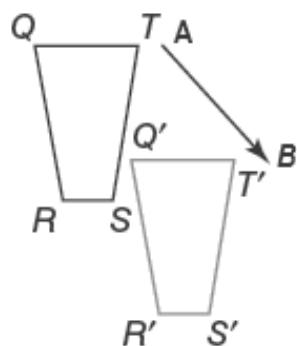


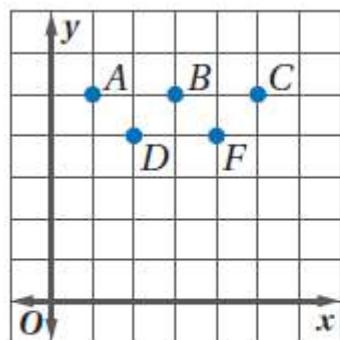
الإزاحة (الانسحاب)

(15) مثل بيانيًّا $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(0, -1)$, $B(2, 0)$, $C(3, -3)$ وارسم صورته الناتجة عن إزاحة مقدارها 5 وحدات إلى اليسار و4 وحدات إلى أعلى.

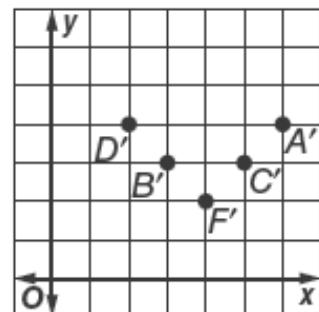


(16) انقل إلى دفترك الشكل المجاور ثم ارسم صورة الشكل $Q'R'S'T'$ الناتجة عن الإزاحة التي تنقل A إلى B .



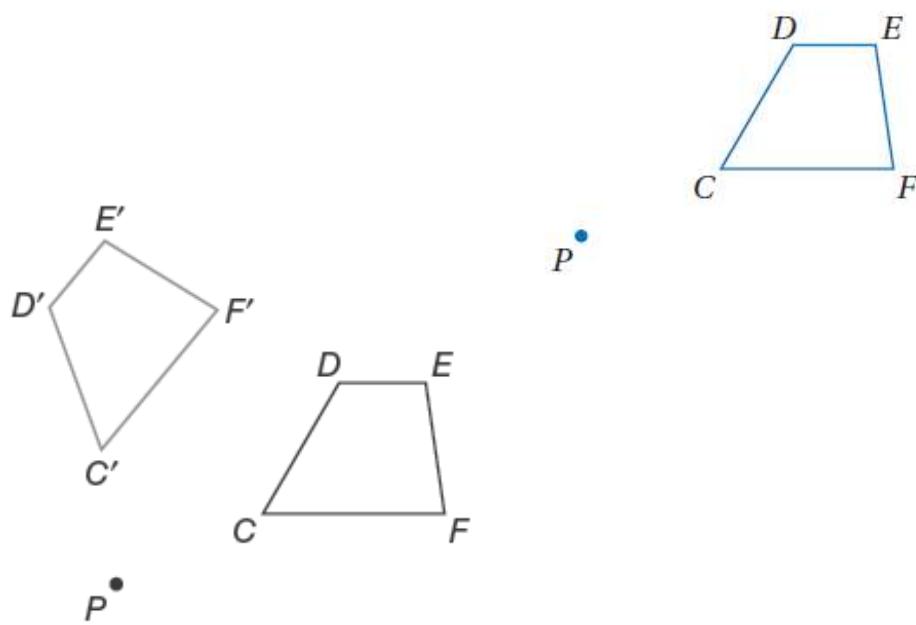


(17) يمثل الشكل المجاور موقع 5 لاعبين في ملعب، تحرك كل من اللاعبين B, F, C وحدتين إلى أسفل، في حين تحرك اللاعب A خمس وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل. ارسم المواقع النهائية للاعبين.



7-3 الدوران

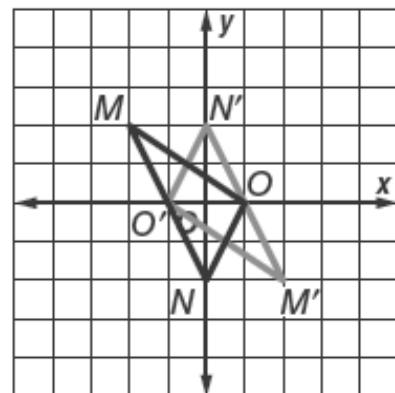
(18) استعمل منقلةً ومسطرةً لرسم صورة $CDEF$ الناتجة عن دوران بزاوية 50° حول النقطة P .



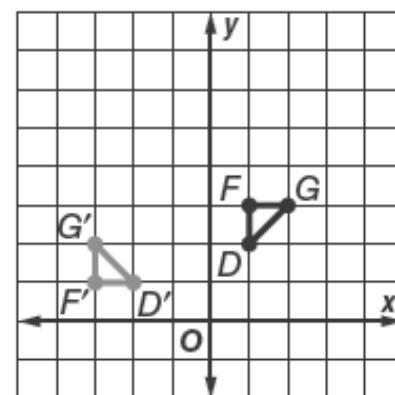
مثل بيانيًّا الشكل وصورته الناتجة عن الدوران بالزاوية المحددة حول نقطة الأصل في كلٍّ مما يأتي:

$\triangle MNO$ الذي إحداثيات رؤوسه:

$$180^\circ; M(-2, 2), N(0, -2), O(1, 0)$$

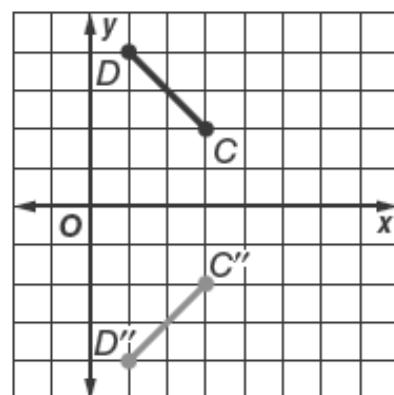


$\triangle DGF$ الذي إحداثيات رؤوسه: (20

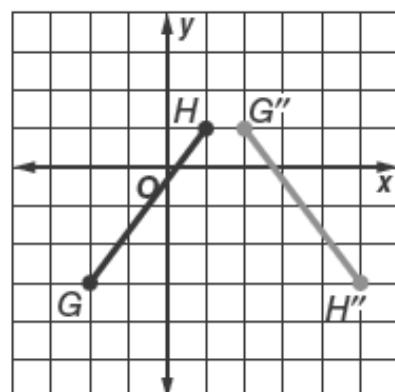


تركيب التحويلات الهندسية

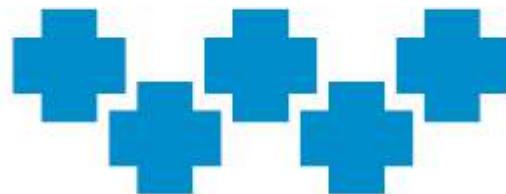
مثل بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كلٍ مما يأتي:
 حيث \overline{CD} ، $C(3, 2)$ ، $D(1, 4)$ ، انعكاس حول المستقيم $y = x$ ، ثم دوران 270° حول نقطة الأصل.



حيث \overline{GH} (22) ، $G(-2, -3)$ ، $H(1, 1)$ ، إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى اليمين ووحدتان إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور x .



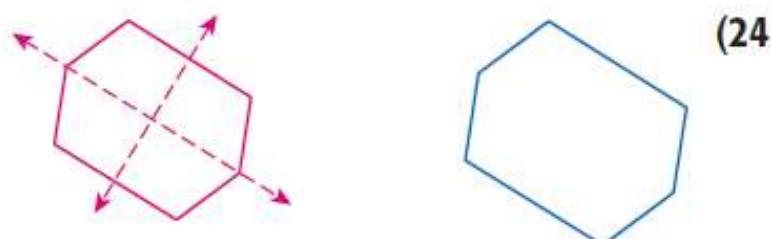
23) **أنماط:** كون عبد السلام النمط الآتي لإطار لوحة، صِف تركيب التحويلات الهندسية الذي استعمله لتكوين هذا النمط.



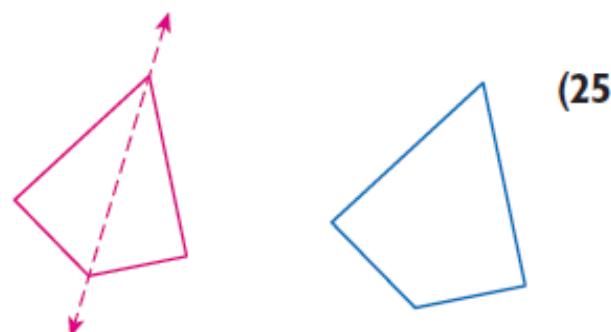
إزاحة إلى اليمين وإلى الأسفل ثم إزاحة للشكل الناتج إلى اليمين وإلى الأعلى.

7-5 التماثل

بَيِّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها.



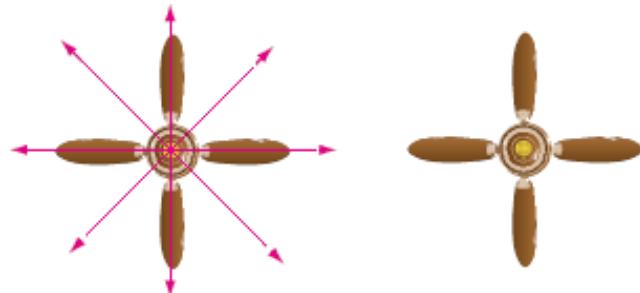
نعم، 2



نعم، 1

بيان ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعُين مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:

(26)



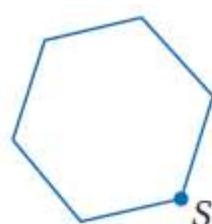
نعم، $4, 90^\circ$

(27)

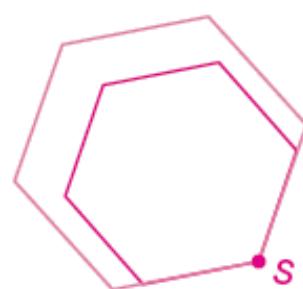


لا

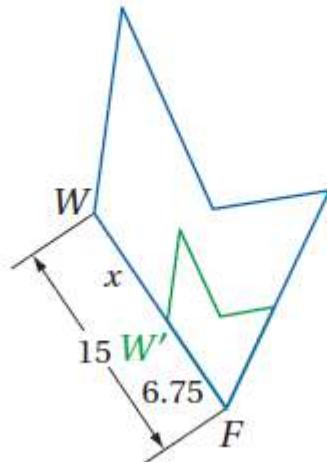
7-6 التمدد



(28) استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه S ومعامله $k = 1.25$



(29) حدد ما إذا كان التمدد من الشكل W إلى W' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامل مقياس التمدد وقيمة x .



تصغير، 0.45

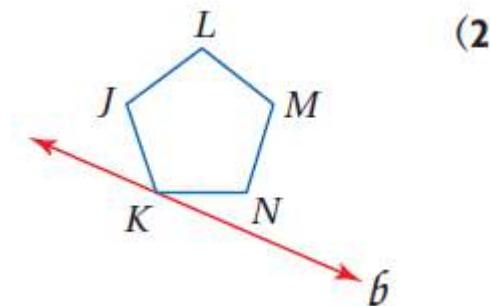
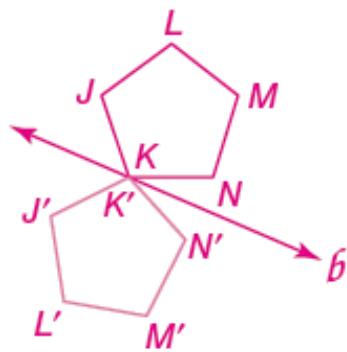
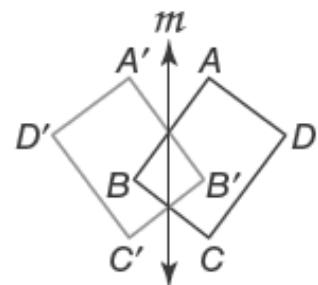
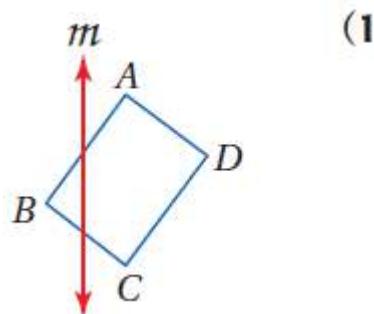
(30) **نوابِ علمية**: استعمل أعضاء نادي الرياضيات جهاز العرض لرسم لوحة على الجدار، إذا كان عرض اللوحة الأصلية 6 in، وعرض صورتها على الجدار 4 ft، فما معامل التكبير؟

$$4 \text{ ft.} = 48 \text{ in.}$$

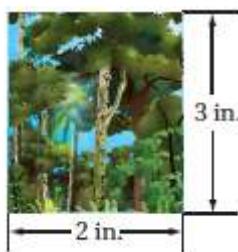
$$\text{معامل التكبير} = \frac{48}{6}$$

اختبار الفصل *

ارسم صورة كلٌ من الشكلين الآتيين بالانعكاس حول المستقيم المُعطى:

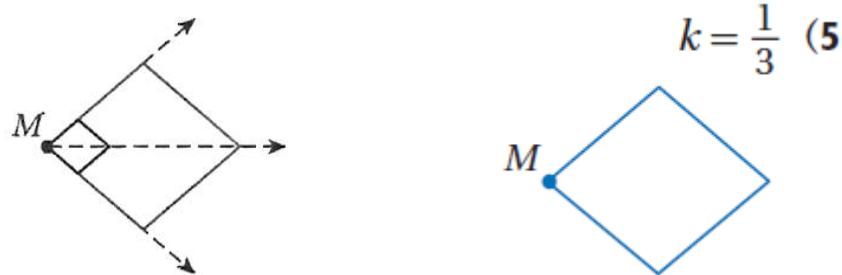
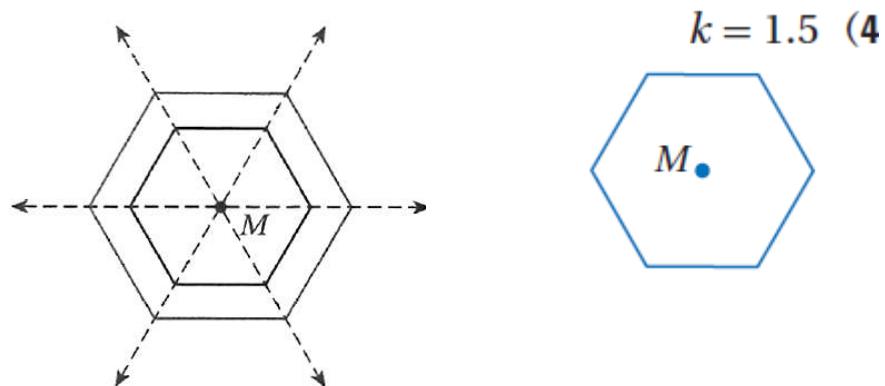


(3) حدائق: ي يريد فؤاد أن يكبر الصورة الآتية للحدائق، لتصبح أبعادها 6 in في 4 in ، مستعملاً آلة نسخ تكبر الصورة حتى 150% فقط وبنسب على شكل أعداد كليلة، أو جد نسبتين على شكل عددين كليين يمكن استعمالهما لتثبيط الصورة، بحيث تصبح أبعادها أقرب ما يمكن إلى 6 in في 4 in ، ولا تزيد عن ذلك.



133% , 150%

استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد من مركز M ومعامله k المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

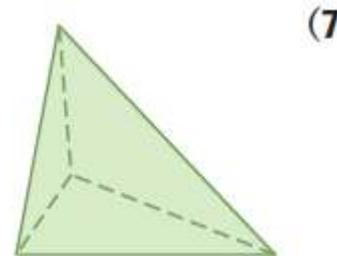


6) **مدينة الألعاب:** يركب أحمد في إحدى الألعاب التي تدور عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول مركزها 60° كل ثانيتين، فبعد كم ثانية يعود أحمد إلى النقطة التي انطلق منها؟

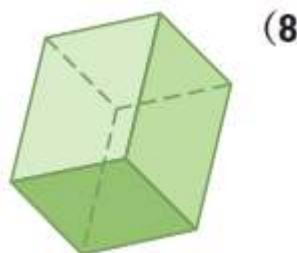
$$6 = \frac{360}{6}$$

$$\text{ثانية} = 6 \times 2$$

بَيْنَ مَا إِذَا كَانَ كُلُّ مِنَ الشَّكَلَيْنِ الْآتَيْنِ مُتَمَاثِلًا حَوْلَ مُسْتَوِيٍّ أَوْ حَوْلَ مَحْوَرٍ أَوْ كَلَاهِمًا أَوْ غَيْرَ ذَلِكَ.



غَيْرُ ذَلِكَ

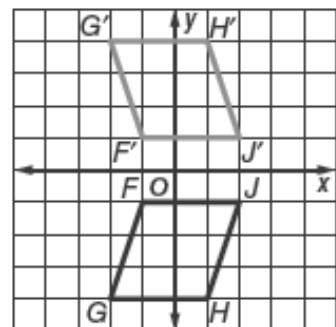


كَلَاهِمًا

مثل بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المحدد في كلٌّ مما يأتي

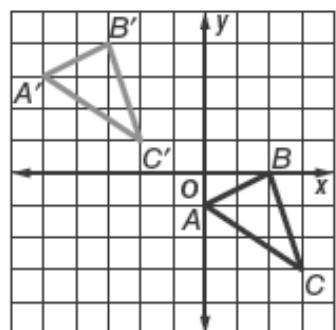
$$; F(-1, 4), G(4, 4), H(3, 1), J(-2, 1) \text{ ، حيث: } \square FGHJ \quad (9)$$

انعكاس حول المحور x .



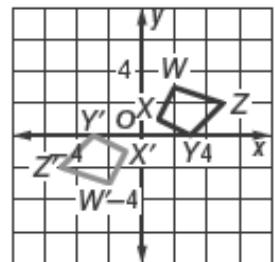
$$\triangle ABC \text{ ، حيث: } A(0, -1), B(2, 0), C(3, -3) \quad (10)$$

مقدارها 5 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى أعلى.

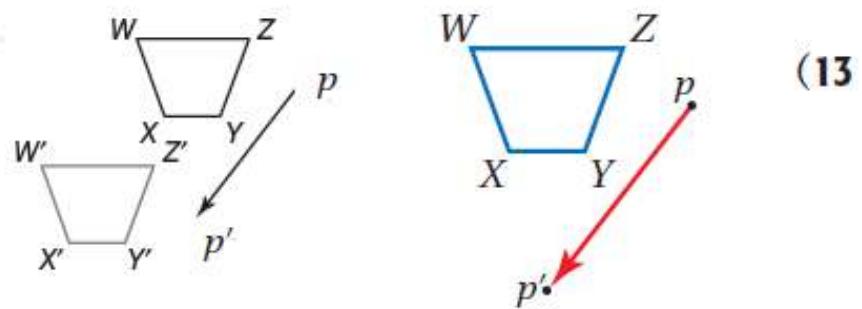
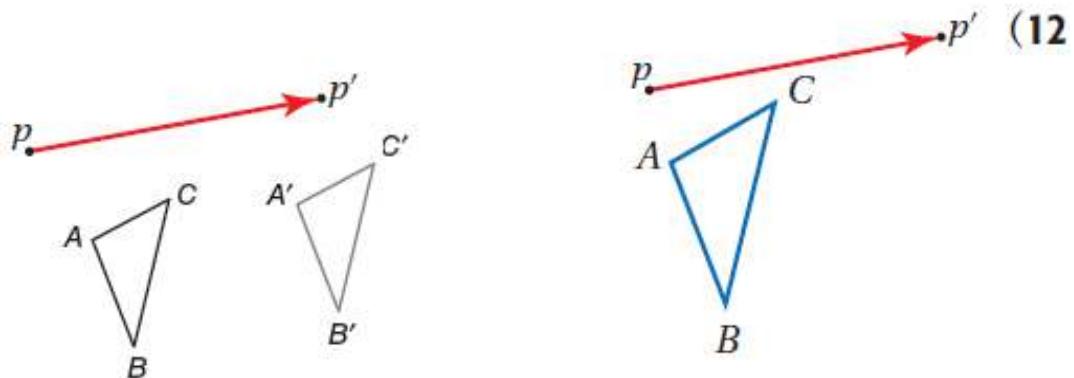


$$; W(2, 3), X(1, 1), Y(3, 0), Z(5, 2) \text{ ، حيث: } WXYZ \quad (11)$$

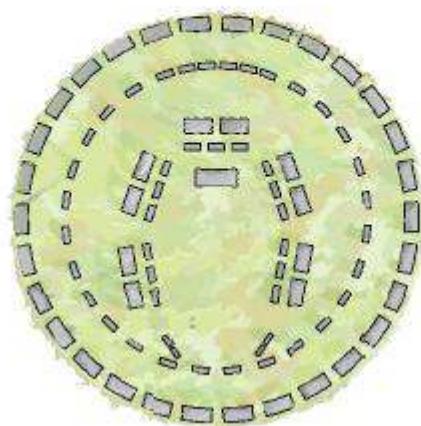
دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.



ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل P إلى P' في كلٍ من السؤالين الآتيين:

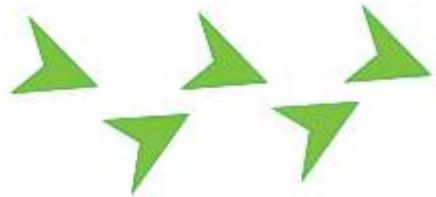


(14) آثار: يبيّن الشكل الآتي مخطط موقع أثري، فما رتبة تماثل الحلة الخارجية؟ وما مقداره؟



30 , 12

15) اختيار من متعدد: ما التحويل الهندسي أو تركيب التحويلات الهندسية الذي يمثله الشكل الآتي؟



A تمدد

B إزاحة ثم انعكاس

C دوران

D إزاحة

اختيار من متعدد: B إزاحة ثم انعكاس

الإِعْدَاد لِلَاخْتِبَارَات

*

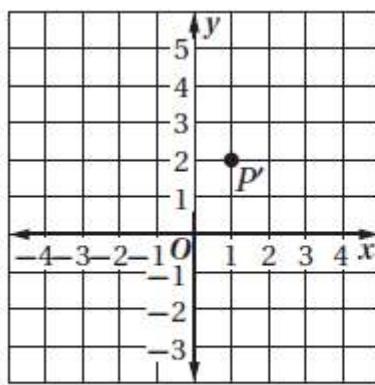
تمارين ومسائل

حُلّ كُلُّاً من المسائل الآتية، وبيّن خطوات الحل، وستصحح الإجابات وتحدد الدرجة المستحقة باستعمال سُلْمَ تقدير الإجابة القصيرة الوارد في الصفحة السابقة.

١) حطّت حشرة طائرة على شبكة إحداثية ثم قفزت عبر المحور x ، ثم قفزت عبر المحور y على هيئة انعكاسين متsequيين، ثم سارت ٩ وحدات إلى اليمين و٤ وحدات إلى أسفل، فكان موقعها النهائي عند النقطة $(-4, -1)$ ، فما إحداثيات النقطة التي حطّت عليها الحشرة في البداية؟

أبدأ من النتيجة النهائية، واتبع الخطوات بترتيب عكسي
النهاية عند النقطة $(-1, -4)$ ، تحرك ٤ وحدات صعوداً و ٩ وحدات يساراً إلى
النقطة $(-5, 3)$. انعكاس النقطة $(-5, 3)$ حول المحور الصادي هو
 $(3, 5)$. ثم انعكاساً للنقطة $(3, 5)$. ولذلك، فإن الحشرة حطت في البداية
على $(-3, 5)$

(2) في الشبكة الإحداثية الآتية تظهر الصورة النهائية لنقطة تم تدويرها بزاوية 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، ثم نُفذ عليها تمدد معامله 2، ثم أزيحت 7 وحدات إلى اليمين. ماذا كانت إحداثيات الموضع الأصلي لهذه النقطة؟



أبدأ من النتيجة النهائية، و اتبع الخطوات بترتيب عكسي
إحداثيات النقطة P' هي $(1, 2)$.

تحرك 7 وحدات إلى اليسار، الإحداثيات هي $(2, -6)$. تمدد بمعلم مقياسه $\frac{1}{2}$ ،
الإحداثيات ه ي $(-3, 1)$. دوران النقطة $(-3, 1)$ 90° عكس اتجاه عقارب
الساعة حول نقطة الأصل للحصول على الموضع الأول. لتدوير نقطة 90°
عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، بضرب الإحداثي الصادي في -1 - ثم
مبادلة الإحداثيات السيني و الصادي. ولذلك، فإن وضع البداية هو $(-1, -3)$

(3) إذا كانت $(2, -2), A''(-5, -4), B''(2, -4)$ إحداثيات طرفي $\overline{A''B''}$ تمثل الصورة النهائية لـ \overline{AB}
بعد إجراء انعكاس لها حول المحور x ، ثم إزاحة وفقاً للقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$
فأي مما يأتي يمثل إحداثي نقطة متصرف \overline{AB} .

$$\left(-\frac{1}{2}, -5\right) \quad \text{C}$$

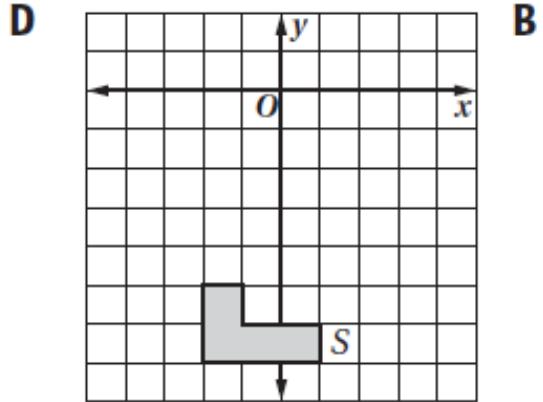
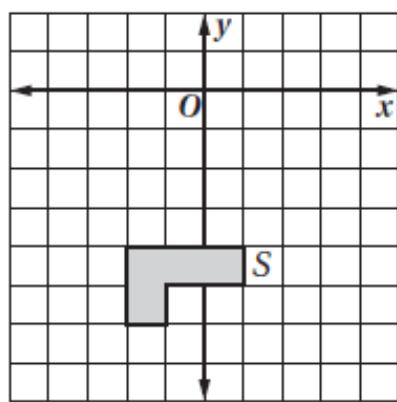
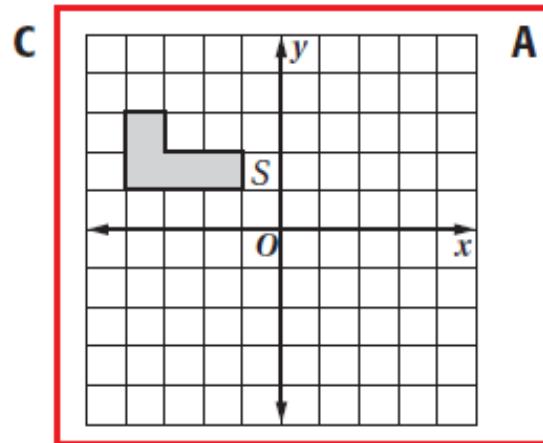
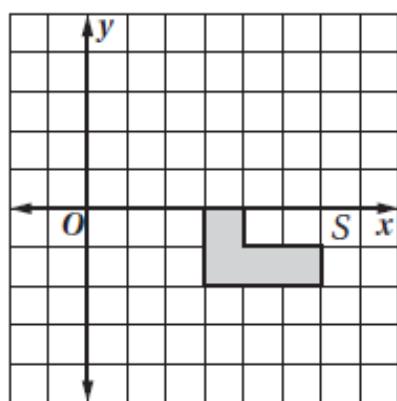
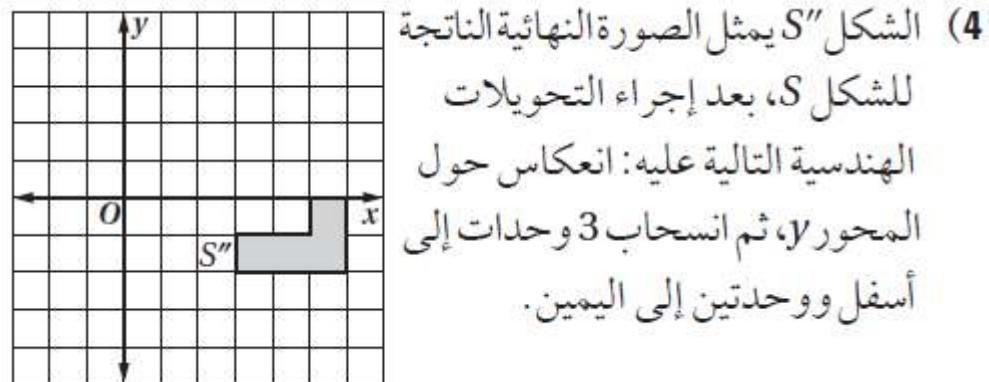
$$(-1, 0) \quad \text{D}$$

$$\left(\frac{-3}{2}, -3\right) \quad \text{A}$$

$$\left(-\frac{1}{2}, 5\right) \quad \text{B}$$

أبدأ من النتيجة النهائية، و اتبع الخطوات بترتيب عكسي

الإجابة الصحيحة: $B \left(-\frac{1}{2}, 5\right)$



* اختبار تراكمي

أسئلة الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤالٍ ممّا يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصائبة:

- (1) إحداثيات النقطة N هي $(-3, 4)$ ، ما إحداثيات صورتها الناتجة عن الانعكاس حول المحور y ؟

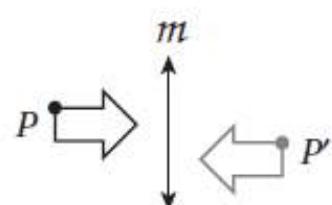
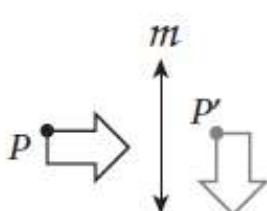
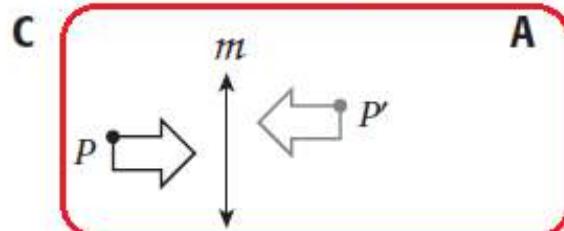
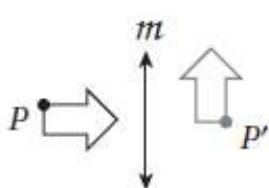
$N'(4, 3)$ C

$N'(-3, 4)$ A

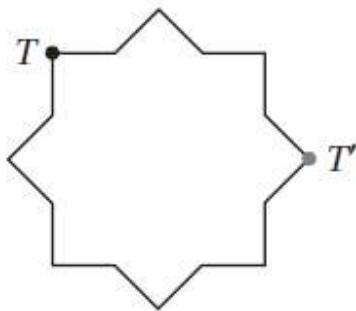
$N'(-4, -3)$ D

$N'(-4, 3)$ B

- (2) أيُّ الأشكال الآتية يبيّن نتيجة انعكاس الشكل P حول المستقيم m ثم إزاحة إلى أعلى؟



(3) ما الزاوية التي تم تدوير الشكل الآتي بها حول مركز تماثله حتى تنتقل النقطة T إلى النقطة T' ؟



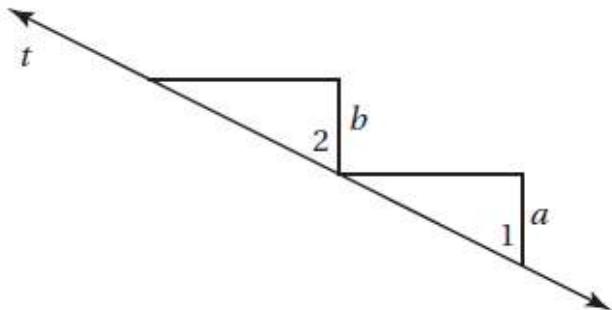
135° C

90° A

225° D

120° B

(4) المعطيات: $a \parallel b$



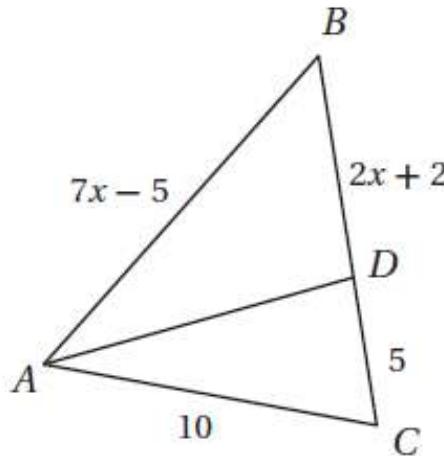
أي العبارات الآتية تبرر استنتاج أن $\angle 2 \cong \angle 1$ ؟

A إذا كان $a \parallel b$ وقطعهما المستقيم t ، فإن الزاويتين المتبادلتين خارجيًا متطابقتان .

B إذا كان $a \parallel b$ وقطعهما المستقيم t ، فإن الزاويتين المتبادلتين داخليًا متطابقتان .

C إذا كان $a \parallel b$ وقطعهما المستقيم t ، فإن الزاويتين المتناظرتين متطابقتان .

D إذا كان $a \parallel b$ وقطعهما المستقيم t ، فإن الزاويتين المتقابلتين بالرأس متطابقتان .



. $\angle CAB$ تنصف \overline{AD} ، $\triangle ABC$ في (5

ما قيمة x ؟

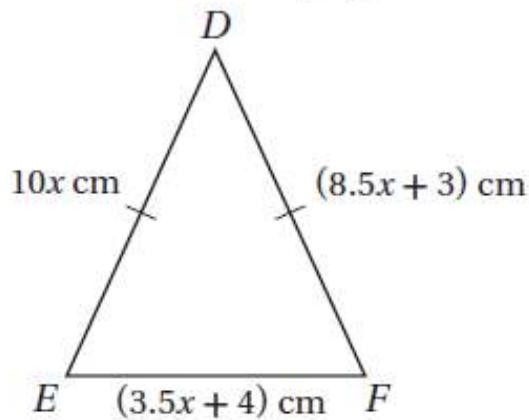
1.5 **A**

5 **B**

1.4 **C**

3 **D**

(6) أيٌ مما يأتي هو طول ضلع في المثلث المتطابق الضلعين DEF ؟



9 cm **C**

2 cm **A**

11 cm **D**

8 cm **B**

7) أي المضلعات الآتية فيه زوجان فقط من الأضلاع الممتالية المتطابقة؟

C المعين

A شكل الطائرة الورقية

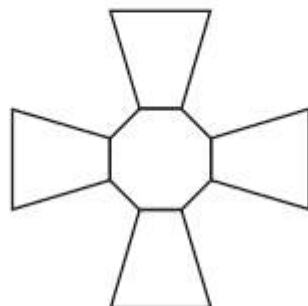
D شبه المنحرف

B متوازي الأضلاع

أسئلة ذات إجابات قصيرة

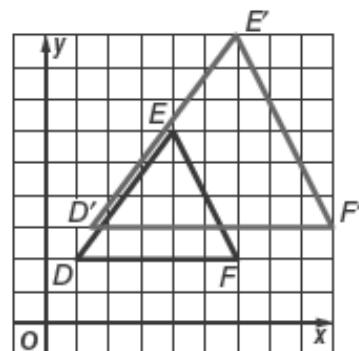
اكتب إجابتك في ورقة الإجابة.

8) بين ما إذا كان للشكل الآتي تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التماثل وحدد رتبته ومقداره .



نعم، الرتبة 4، المقدار 90

9) مثل بيانيًّا الصورة الناتجة عن عمل تمدد للشكل الآتي مركزه نقطة الأصل ومعامله 1.5



(10) أكمل العبارة الآتية:

”بحسب نظرية منصف الزاوية، إذا وقعت نقطة على منصف زاوية، فإنها

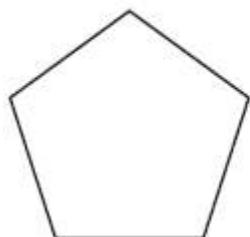
تكون على بعدين متساوين عن ضلعي الزاوية.

(11) ما صورة النقطة $A(-4, 3)$ الناتجة عن الإزاحة التي تنقل

? $B'(4, -3)$ إلى $B(-1, -2)$

$$(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 1)$$

$$A'(1, 2)$$



(12) ما قياس الزاوية الداخلية للمضلع

الخماسي المنتظم؟

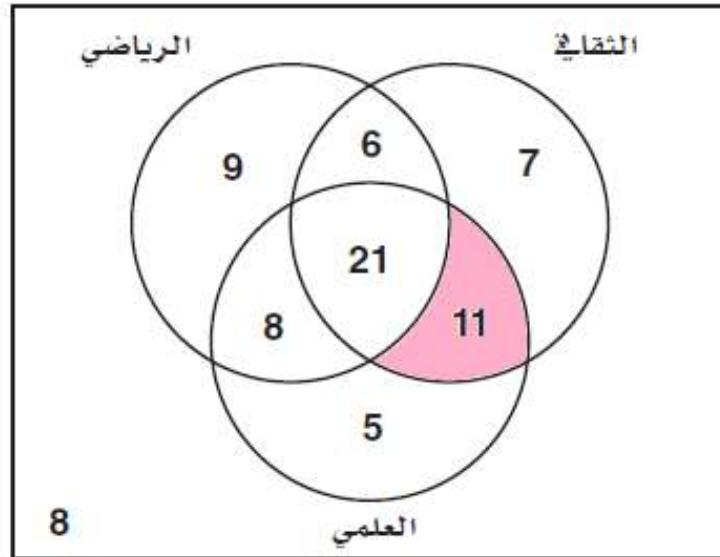
$$\frac{(n-2) \times 180}{n}$$

$$\frac{(5-2) \times 180}{5}$$

$$\frac{3 \times 180}{5}^{36}$$

قياس الزاوية = 108°

(13) سُئل 57 طالبًا عن النشاطات المدرسية التي يشاركون فيها، وُمثّلت النتائج بشكل قن الآتي:



ما عدد الطلاب الذين يشاركون في النشاطين (الثقافي والعلمي)، ولا يشاركون في النشاط الرياضي؟

طالب 11

أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتكم في ورقة الإجابة مبيناً خطوات الحل.

(14) يدرس أحمد الهندسة المعمارية، وقد رسم مخططاً لمتنزه رؤوسه: $Q(2, 2)$, $R(-2, 4)$, $S(-3, -3)$, $T(3, -4)$ ، ولكنه لاحظ أن اتجاه رسمه غير صحيح، حيث ظهر الشمال في أسفل الرسم بدلاً من أن يكون في أعلى الرسم.

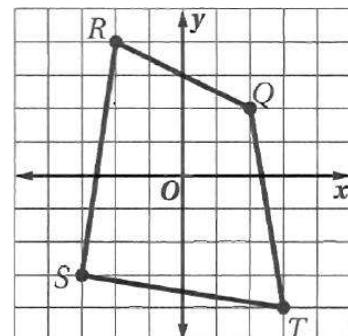
a) ما التحويل الذي يستطيع أحمد تطبيقه على مخططه ليجعل الشمال في أعلى الرسم؟

على أحمد أن يقوم بتدوير الشكل $QRST$ بزاوية قياسها 180° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة ليصبح الشمال في الأعلى والمحافظة على اتجاه النقاط.

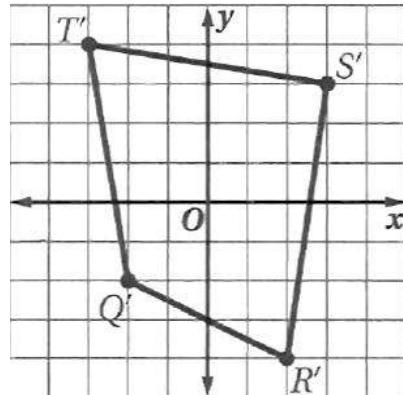
b) هل هذا هو التحويل الوحيد الذي يجعل الشمال في أعلى الرسم؟ وضح إجابتكم.

سيضع الانعكاس الشمال أعلى الرسم لكنه سيغير اتجاه النقاط، لذا لا يصلح إلى الدوران.

c) ارسم الشكل الرباعي $QRST$ ، واكتب إحداثيات رؤوسه.



d) ارسم الصورة $Q'R'S'T'$ بعد التحويل، واتكتب إحداثيات رؤوسها.



e) فسّر كيف يمكن لأحمد أن يعرف إحداثيات رؤوس الصورة من دون استعمال المستوى الإحداثي.

لإيجاد إحداثي كل نقطة بعد دوران 180° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة، يمكن استعمال القاعدة التالية:

**، $Q'(-x, -y)$ ، لذا، فالنقطة $Q(2, 2)$ تصبح $(-x, -y)$
والنقطة $R(-2, 4)$ تصبح $R'(2, -4)$ ، والنقطة $S(-3, -3)$ تصبح $S'(3, 3)$
. $T'(-3, 4)$ ، والنقطة $T(3, -4)$ تصبح $(-x, -y)$**